L’idée du Big-Bang : Histoire de la construction progressive du modèle standard de la cosmologie.

Jean-Pierre Treuil

6 décembre 2018

Table des matières

Chapitre 1

Introduction

Le but de cet article est de dresser un résumé de l'histoire d'une idée, celle du Big-Bang, plus exactement celle de l'histoire de la construction du modèle standard de la cosmologie actuellement admis ; autrement dit, comment en est-on arriver là, quels chemins, marqués par des périodes de doutes et des découvertes inattendues, nous ont conduit à la vision des choses d'aujourd'hui. Et aussi quels sont actuellement les points critiques et les questions ouvertes.

Une première partie traite de la "préhistoire" de l'idée, jusqu'à la fin du 19ème siècle, avec la découverte par Galilée de la nature de la Voie Lactée, puis avec les questions concernant notre Galaxie : quelle en est sa forme et ses dimensions, qu'il y a t-il au delà ? d'autres "univers-iles" existent-ils ?

Une seconde partie de cette histoire nous amène au début des années 1930. C'est en effet à cette époque que l'idée d'un univers en expansion, que l'idée d'un univers pouvant avoir un certain âge est devenue une hypothèse scientifiquement sérieuse, avancée à la fois par des considérations théoriques et des observations.

Une troisième partie poursuit le propos jusqu'en 1965, retraçant une période au cours de laquelle de fortes interrogations se sont faites jour, amenant les astronomes à revisiter les mesures initiales sur la vitesse d'expansion, les physiciens à rechercher les traces que pourrait avoir laissé le Big-Bang dans l'univers actuellement observable, et d'autres encore à proposer des hypothèses alternatives.

Une quatrième partie part du basculement opéré en 1965 suite à la découverte du rayonnement fossile, pour se terminer au début des années 2000 ; période marquée par une consolidation de l'hypothèse, mais également par l'apparition de nouvelles grandes questions, celles de la matière noire et de l'énergie noire.

Enfin la cinquième partie traite des avancées récentes.

1.1 La préhistoire : 1600-1900

Il existe toute une littérature sur les représentations que les hommes se sont fait de l'univers, du *cosmos*. Il n'est pas question de dresser ici un tableau de ces représentations. Le propos limité de cette première partie porte sur les interrogations relatives à la Voie Lactée, visible depuis toujours, et d'autres objets célestes visibles dès lors que les instruments d'observations existants le permettaient, les nébuleuses. Il s'appuie, à coté de Wikipédia, essentiellement sur trois sources :

1. la conférence prononcée à l'Institut de France le 17 juin 2009 par Catherine Turon, à l'occasion du 400ième anniversaire de la première utilisation de la lunette astronomique par Galilée

2. l'article "l'invention de la voie lactée" paru dans la revue *l'Astronomie* d'octobre 2018
3. les ressources mises en ligne sur la toile par l'observatoire de Paris, concernant les cosmologies au 18ème siècle (Lumières sur l'Univers, media4.obspm.fr) :

1.2 Quelle est donc cette Rivière d'Argent ?

Dans le décor paraissant immuable au premier abord, formé des étoiles "fixes", les hommes ont toujours pu observer une trainée lumineuse relativement brillante, qu'ils ont appelée de divers noms selon leurs cultures. La Voie Lactée est ainsi le nom donné à cet objet par les anciens grecs, en rapport à leur mythologie (le lait d'Héra). Il semble bien que certains de ces anciens grecs, Anaxagore et surtout Démocrite, aient déjà pensé que la Voie Lactée pouvait être simplement de la lumière émise par des quantités d'étoiles (cf Catherine Turon, déjà citée). Leurs idées ont été supplantées par celles d'Aristote, pour lequel au contraire la Voie Lactée, étant un objet irrégulier donc imparfait, appartenait au mode sublunaire [1]. Contre Aristote, ces idées n'avaient jamais pu s'imposer, faute notamment d'instruments d'observation adéquats. C'est Galilée (1564-1642) qui a changé la donne, en 1609, par ses observations, grâce à la lunette astronomique qu'il avait fabriquée sur le modèle d'une lunette hollandaise : la Voie Lactée n'était "qu'un amas d'étoiles innombrables regroupées en petits tas".

1.3 Premières représentations de la Galaxie

Mais dire que la Voie Lactée n'est qu'une assemblée de points lumineux n'implique pas que l'on comprenne leur nature ; notamment, que l'on se représente les étoiles, non pas attachées sur la "Sphère des fixes", mais comme des objets flottant dispersés dans un espace éventuellement infini. D'après Dominique Lecourt [50], l'idée de la Sphère des fixes a résisté longtemps, même Galilée "refuse de prendre parti sur cette question". Toujours d'après la même source, le passage progressif de la Sphère des Fixes à un Univers "interminé", à un univers vu comme s'étendant sur un espace euclidien en trois dimensions spatiales, dirions nous aujourd'hui, a été marqué par des noms comme ceux de Nicolas de Cues (1401-1464), Giordano Bruno (1548-1600), Descartes (1596-1650). Il s'est finalement imposé à la charnière du 17ème siècle et du 18ème siècle avec Newton (1642-1727) et la publication des "Principes mathématiques de la philosophie naturelle" (1687, version française 1756).

Dès lors que cette conception de l'Univers et de l'Espace était acquise, de nouvelles questions apparaissaient nécessairement. La Voie Lactée, ce nuage d'étoiles en trois dimensions donc, quelle forme a t-il, s'étend indéfiniment ou bien a t-il des limites ? Quelles sont ses dimensions ? Notre système solaire en fait il partie ? Le socle des réponses est apporté par Newton. Ce qu'il y a de révolutionnaire dans la loi de l'attraction universelle, c'est précisément qu'elle soit universelle. Elle s'applique partout dans l'univers, en expliquant aussi bien la chute d'une pomme, le mouvement de la lune et des planètes ; elle s'applique aussi aux étoiles, Newton notant qu'elles paraissent être de même nature que le Soleil, puisque leurs lumières se ressemblent. Notre système solaire, régi par la loi universelle de l'attraction fournit un modèle d'autres objets existant dans l'univers : il a la forme d'un disque, avec un centre et une périphérie, pourquoi n'en serait-il pas de même pour la Galaxie ?

Au 17ème siècle débute donc la construction progressive d'une représentation de la Galaxie. Cette construction a été jalonnée par les travaux d'observateurs inventifs et rigoureux [2]. Huygens (1629-1695) tente ainsi d'évaluer la distance de Sirius en comparant la quantité de lumière perçue de cette étoile avec la quantité de lumière perçue du soleil. Halley (1656-1742) compare le catalogue d'étoiles établi par Hipparque 150 ans avant notre ère et celui établi en 1700 par son prédécesseur à l'Observatoire de Greenwich. Il montre ainsi que les étoiles "fixes" peuvent

1. cf conf. Catherine Turon, déjà citée
2. cf. L'Astronomie, octobre 2018, *L'Invention de la Voie Lactée, déjà citée*

bouger. La Galaxie ne peut être qu'une population d'objets en mouvement, comme le laissait pressentir l'attraction universelle. Thomas Wright (1711-1786), en 1750, dans son ouvrage "An original theory or new hypothesis of the universe" attribue à la Voie Lactée une structure aplatie vue par la tranche. William Herschel (1738-1822) et sa soeur Caroline (1750-1848), à l'aide du télescope de leur fabrication, dressent un comptage systématique du nombre d'étoiles observées dans 674 directions réparties dans tout le ciel. William (mais Caroline a beaucoup contribué a ce travail) en publie les résultats en 1785 dans l'ouvrage "On the construction of the Heavens" et dresse en annexe une "coupe du ciel" montrant la forme de la Galaxie, avec comme unité de distance celle qui nous sépare de Sirius.

1.4 Et les nébuleuses ?

Dans le ciel, tous les objets se présentant à l'oeil nu sous forme de points lumineux "fixes" ne sont pas des étoiles. Il en existe qui, lorsqu'on les observe avec une lunette astronomique, voire de simples jumelles, ou à l'oeil nu dans des conditions très favorables. apparaissent comme de petites taches laiteuses plus ou moins elliptiques, les *nébuleuses*. On fait remonter au persan Al Soufi le premier astronome ayant mentionné, au Xème siècle, le Grand Nuage de Magellan, voire la nébuleuse d'Andromède [13]. Le nom même du Grand Nuage tire son origine de l'observation faite par Magellan lors de son voyage. Le premier à avoir observé la nébuleuse d'Andromède à l'aide d'une lunette astronomique a été l'astronome allemand contemporain de Galilée, Simon Marius (1573-1624). Au 18ème siècle, les astronomes se sont bien sûr intéressé à ces objets, notamment pour les distinguer des comètes, qui, elles, parcourent le ciel dans une trajectoire autour du soleil. L'astronome français Charles Messier a pu ainsi dresser en 1781 un catalogue de 103 nébuleuses, et établir une nomenclature encore utilisée aujourd'hui [3]. William et Caroline Herschel établissent de leur côté un catalogue de plus de 2500 objets, certains d'entre eux étant reconnus comme de simples amas d'étoiles, mais nombre d'autres restant "irrésolus".

Que sont donc ces nébuleuses ? Ne seraient-elles pas, au moins pour quelques unes, des mondes d'étoiles semblables au notre, d'autres "Voies lactées" , des *Univers Iles* ? Emmanuel Kant le philosophe est à l'époque de ceux qui en ont eu l'intuition. En 1755 il publie en effet une "Histoire générale de la Nature et Théorie du Ciel". S'appuyant sur l'analogie de forme avec le système solaire, et sur la conviction que les lois de Newton sont valables partout, il écrit [4] : *tout concorde pour que nous considérions ces figues elliptiques comme de tels ordres de mondes et, pour ainsi dire comme des Voies Lactées... Si ces présomptions dans lesquelles l'analogie et l'observation concourent parfaitement à se soutenir mutuellement ont autant de dignité que des preuves formelles, on devra tenir pour établi la certitude de ces systèmes*. Dans le même ouvrage il théorise même l'Histoire de l'Univers, et ses propos ne sont pas sans rapport avec notre vision d'aujourd'hui. Selon lui, la création divine fait sortir l'Univers du néant, mais une fois l'Univers créé, ce sont les lois de la physique qui en prennent le contrôle : la matière issue d'une première phase de chaos est au repos mais n'est pas répartie uniformément ; des mouvements apparaissent, de condensation et de rotation - gouvernées par la gravitation - et structurent l'Univers jusqu'à son état actuel, pour continuer à le faire évoluer.

3. par exemple, M31 désigne toujours la nébuleuse d'Andromède, M pour Messier
4. cf. Lumières sur l'Univers, Kant et les Univers-Iles, media4.obspm.fr

Chapitre 2

1900-1930 : La conclusion du "Grand Débat"... mais d'autres surprises...

A la charnière des deux siècles, l'intuition de Kant sur les nébuleuses n'est toujours pas validée. Mais on s'intéresse beaucoup à la question, d'autant que les progrès faits au long du 19ème siècle en optique, permettent d'espérer, peut-être, une réponse rapide. L'analyse de la lumière des étoiles, la *spectrographie stellaire* fait ses premiers pas au début du siècle, notamment avec Joseph von Fraunhofer (1787-1826) qui donne vers 1817 la première description du spectre de Sirius. En 1842, Christian Doppler avance l'idée [44] - en s'appuyant sur la nature ondulatoire de la lumière - que le mouvement d'un astre devait modifier la couleur que l'on en perçoit, et conclut que sa théorie *fournira aux astronomes un moyen excellent de déterminer le mouvement et l'éloignement d'astres qui, à cause de leur éloignement incommensurable...* La spectrographie stellaire se développe fortement après 1860, et aboutit à une classification des étoiles en différents types spectraux, stabilisée dans la *classification de Harvard* adoptée en 1910 par l'Union Astronomique Internationale. Cette même année, Ejnar Hertzsprung et Henry Russell ont déjà mis en évidence les relations entre couleur (et donc aussi type spectral) et luminosité intrinsèque des étoiles, relations inscrites dans le diagramme qui porte leur nom. Toutes ces nouvelles connaissances, jointes à l'amélioration des performances techniques des instruments d'observation et l'utilisation de la photographie, vont jouer un rôle majeur dans la détermination des structures, des vitesses et des distances des objets célestes concernés.

2.1 Des vitesses inattendues

Au début du siècle, les télescopes ont déjà permis de constater que nombre de ces nébuleuses avaient une forme particulière, conduisant à les appeler nébuleuses spirales ; c'est le cas de la plus belle de toutes, la nébuleuse d'Andromède. De part cette forme spirale, ce sont donc des objets très particuliers, qui semblent avoir une dynamique propre et qui attirent donc l'attention. On ne peut pas encore estimer leurs distances, mais on dispose des moyens de connaître à quelles vitesses elles se rapprochent ou s'éloignent de nous, ce qu'on appelle les vitesses radiales. C'est difficile, mais un astronome américain travaillant dans un observatoire en Arizona, Vesto Slipher, y parvient pour la première fois en 1912, précisément sur la nébuleuse d'Andromède [57]. Et il complète en publiant en 1914 les vitesses radiales d'une douzaine d'autres nébuleuses spirales [58]. Et là, double surprise ; première surprise, ces vitesses sont très grandes, de l'ordre de quelques centaines de km par secondes, bien supérieures donc aux vitesses radiales que l'on a pu auparavant calculer, par des méthodes semblables, pour certaines étoiles. Seconde surprise, sur les quinze estimations, douze vont dans le sens d'un éloignement ! Dans ses articles, très courts, Slipher ne propose aucune explication de ces constatations, mais il a conscience de leur importance, et il n'en pense sans doute pas moins. Si ces objets vont si vite, en plus en s'éloignant de nous, dans des directions différentes, c'est qu'ils ne sont vraisemblablement pas liés gravitationellement à la Galaxie, et donc vraisemblablement à l'extérieur, et assez loin.

A la fin de la décennie, ces observations sur les vitesses des nébuleuses spirales se trouvent confirmées, et enrichies de constatations troublantes. Ainsi, dans un article de 1919 [55], Henry Shapley, dont nous allons reparler, observe que la vitesse de "fuite" d'une nébuleuse semble dépendre de sa luminosité apparente [1], suggérant une relation de la vitesse avec son éloignement ou sa masse. De plus, le caractère particulier de ces objets se trouve renforcé lorsqu'on compare leur distribution spatiale et leurs vitesses de déplacement à celles d'autres organisations composites, les *amas globulaires*, déjà identifiés comme des regroupements lointains, concentrés et sphériques de quelques centaines de milliers d'étoiles et reconnus, eux, comme liés à notre Galaxie. Aussi, en 1920, la discussion est vive (le "Grand Débat") entre les tenants d'une localisation des nébuleuses spirales à l'extérieur de la Galaxie (Heber Curtis [4]) , et les tenants de la thèse contraire (Harlow Shapley [53]). Pour trancher définitivement le débat, il faut bien résoudre le problème des distances : d'une part, avoir un ordre de grandeur correct de la distance nous séparant des étoiles les plus lointaines de la Galaxie, d'autre part avoir une estimation des distances nous séparant de ces nébuleuses spirales ; par exemple, de la nébuleuse d'Andromède.

2.2 Comment évaluer des distances à priori aussi grandes ?

Pour trancher définitivement le débat, il faut bien résoudre le problème des distances : d'une part, avoir un ordre de grandeur correct de la distance nous séparant des étoiles les plus lointaines de la Galaxie, d'autre part avoir une estimation des distances nous séparant de ces nébuleuses spirales ; par exemple, de la nébuleuse d'Andromède.

Au cours de l'histoire les astronomes n'ont cessé de rechercher des méthodes applicables sur des fourchettes de distances de plus en plus éloignées. On a depuis longtemps pensé à étendre dans le domaine astronomique les triangulations utilisées par les géomètres, en prenant pour base les deux extrémités d'un axe de l'orbite terrestre et mesurant en fraction de secondes d'arc la *parallaxe*, l'amplitude du déplacement apparent d'une étoile proche sur la voûte céleste au cours de l'année. Cette méthode avait permis à Friedrich Bessel (1784-1846) d'effectuer en 1838 ce qui est considéré comme la première mesure précise de la distance d'une étoile. En l'occurrence une étoile de la constellation du cygne 61 Cyg, avec une distance de l'ordre de 10 années lumières. D'autres méthodes géométriques, basées sur la mesure du mouvement propre des astres (vitesse radiale et déplacement angulaire), complètent cette méthode de la parallaxe trigonométrique. Viennent ensuite les méthodes photométriques, dont une première illustration est la tentative de Huygens déjà évoquée. Le principe général s'appuie sur la relation entre la luminosité reçue d'un astre et sa distance - plus il est loin, moins il paraitra lumineux. L'application de ce principe se décline en nombre de versions, toutes exigeant d'avoir accès, d'une manière ou d'une autre, à la luminosité intrinsèque ou *absolue* de l'astre, celle que l'on recevrait s'il était placé à une distance standard bien déterminée. Cet accès peut se faire, par exemple, en utilisant une relation *déjà calibrée* entre une propriété mesurable de l'astre et cette luminosité absolue.

2.2.1 Henrietta Leavitt et les céphéides

La décennie 1910-1920 apporte dans ce domaine une découverte qui va jouer un très grand rôle, la relation période-luminosité de certaines étoiles variables. A la fin du 19ème un astronome français, Michel Luizet, observe et étudie un type d'étoiles qu'il nomme *céphéides*, d'après la constellation où se trouve l'une d'entre elles. Ce sont des étoiles dont la luminosité varie périodiquement au cours du temps, des étoiles *variables*, avec une période pouvant s'étaler jusqu'à plus d'une centaine de jours. Autour de 1900, sous la direction de l'astronome américain Edward Pickering, est entrepris un recensement systématique d'étoiles variables observables

1. moins elle est lumineuse, plus elle s'éloigne vite

dans la région des deux nuages de Magellan. Des mesures précises de la *courbe de lumière*, et donc de la période de variation, de 17 étoiles variables du petit nuage de Magellan sont publiées en 1908 par une collaboratrice de Pickering, Henrietta Leavitt, qui participe activement au recensement. Dans cette publication [26] Henrietta Leavitt remarque que les étoiles qui ont la plus longue période sont aussi celles qui sont les plus brillantes. Elle note aussi que la forme de la courbe de lumière est indépendante de la période, ce qui laisse présager qu'on a affaire, quelle que soit la période, à des processus physiques de même nature. Plus tard, en 1912, le nombre de mesures précises de la courbe de lumière s'est accru. Aussi, cette fois ci à partir de l'étude de 25 étoiles, une nouvelle publication [27] met en évidence - et caractérise mathématiquement, *une remarquable relation entre la brillance de ces étoiles variables et leur période* : plus l'étoile est lumineuse plus sa période est longue [2]. Ces étoiles, reconnues comme appartenant à ce nuage lointain, sont situées toutes approximativement à une même distance de nous ; la relation mathématique entre période et luminosité apparente sous-tend donc une relation entre période et luminosité absolue. Il suffit alors théoriquement de connaître la luminosité absolue et la période d'un seul exemplaire de ce type d'étoile variable, pour effectuer le calibrage et pouvoir ainsi utiliser ces étoiles comme des *chandelles standard*.

2.2.2 Tu calibreras et re-calibreras sans cesse...

Ce travail de calibrage fut entrepris dès 1913. Ejnar Hertzsprung, dans une publication datant de cette année là, reprend les données relatives aux périodes, maximas et minimas de luminosité, vitesses radiales et mouvements propres (angulaires) d'un groupe de 13 d'étoiles variables reconnues comme relevant du type céphéide. Il en déduit [3] une estimation de la luminosité absolue *moyenne* du groupe, qu'il met en rapport avec une moyenne de leurs périodes, en l'occurrence égale à 6.6 jours. Mentionnant le travail d'Henrietta Leavitt, il avance que les étoiles variables qu'elle a étudiées sur le petit nuage de Magellan sont bien de même nature que les céphéides de son propre groupe, comme parait le montrer la similitude des courbes de lumières. Comparant la luminosité absolue moyenne des 13 céphéides et la luminosité apparente donnée par Henrietta Leavitt pour cette période de 6.6 jours, il donne une distance nous séparant du petit nuage de Magellan - de l'ordre de 30.000 années lumières [4] . Connaissant maintenant cette distance il peut transformer la relation de Leavitt en une relation période - luminosité absolue. Au terme de son article, il utilise cette dernière relation pour estimer la luminosité absolue puis la distance de chacune de ses céphéides prises individuellement.

L'affinement du calibrage de la relation période - luminosité absolue des céphéides va faire l'objet d'une longue traque : l'enjeu est en effet important, car les céphéides sont des étoiles très lumineuses et donc visibles de très loin. Elles peuvent servir à évaluer les distances des groupements d'étoiles dont elles font partie, difficilement mesurables ou non mesurables par d'autres méthodes. A cette entreprise, participe parmi d'autres l'astronome américain Harlow Shapley (1885-1972), l'un des partenaires du "Grand Débat". Shapley conduit entre 1915 et 1920 une étude systématique d'un grand nombre amas globulaires. Une des bases de l'évaluation de leurs distances repose sur l'hypothèse que certaines caractéristiques statistiques de la population des étoiles d'un amas ne sont pas différentes des mêmes caractéristiques portant cette fois sur l'ensemble de la Galaxie, ou encore sur un sous-ensemble d'étoiles pour lequel ces caractéristiques peuvent être évaluées, dès lors qu'il est suffisamment large. Citons par exemple, parmi bien d'autres, la luminosité absolue des étoiles les plus brillantes, la dispersion de ces luminosités, ou encore, plus spécifiquement, la luminosité absolue moyenne des céphéides de longue période [51]. Une boucle d'évaluation peut alors s'initier : estimation de la distance d'un amas, affinement du calibrage de la relation période-luminosité absolue, exploitation de cette

2. la "circulaire" 173 du Harvard College Observatory est signée d'Edward Pickering, mais ce dernier précise dès l'entête que " the following statement regarding the periods of 25 variables stars in the small magellanic cloud has been prepared by Miss Leavitt"

3. par une méthode dite de parallaxe statistique

4. dans l'article original figure 3000 ; c'est une erreur d'impression, comme on s'en rend compte en prêtant attention à l'estimation de la parallaxe, et comme il est rappelé dans [49]

relation calibrée dans l'estimation de la distance d'un autre amas, etc. Mais nous le verrons, l'histoire du calibrage de la relation période-luminosité était loin d'être terminée.

2.3 Au début des années 1920, quelles dimensions pour la Galaxie ... ?

Dans les travaux de Shapley, l'affinement de la relation période luminosité absolue des céphéides n'est qu'un sous-produit. L'objectif premier était de situer dans l'espace la population des amas globulaires, avec l'intuition que ces derniers appartenaient - ou étaient gravitationnellement liés à notre Galaxie. Et donc que l'évaluation de leurs distances permettraient de mieux connaître ses dimensions et notre propre place dans ce système.

Dans les années 1900-1915, l'astronome néerlandais Jacobus Kapteyn (1851-1922) travaille sur une approche statistique de la population des étoiles, son idée étant notamment de tenter de repérer des mouvements d'ensemble au sein de cette population et par là de pouvoir localiser le centre de la Galaxie ; en 1908, Kapteyn tente d'évaluer comment évolue la densité d'étoiles ayant une luminosité absolue supérieure à une valeur donnée, lorsqu'on s'éloigne du soleil pour atteindre les limites de la Galaxie, où cette densité est censée être nulle [24]. L'évaluation des distances s'appuie sur la mesure du mouvement angulaire apparent *moyen* de différents groupes d'étoiles dû à notre propre déplacement au sein de la Galaxie : ce mouvement est d'autant plus faible que les étoiles sont plus éloignées [5]. Le résultat des calculs est une diminution de la densité en fonction de la distance, et en supposant que cette diminution est proportionnelle à la distance, Kapteyn conclut que la limite de la Galaxie, la limite de l'univers dit-il - toujours en partant du Soleil - pourrait être atteinte vers 30.000 années lumières.

La méthode statistique utilisée en 1908 par Kapteyn suppose implicitement que le Soleil est au centre, ou proche du centre, de la Galaxie. C'est à Shapley que revient le mérite d'avoir montré qu'il n'en est rien. L'estimation des distances de plusieurs dizaines d'amas globulaires [52] lui permet de décrire leur distribution dans l'espace. Il établit ainsi en 1918 1) que ces amas globulaires se répartissent de façon globalement symétrique par rapport au plan du disque galactique, et peuvent donc bien être considérés comme gravitationnelement liés à la Galaxie [6] ; 2) que la position du Soleil, comparée à cette distribution spatiale des amas, est nettement excentrée, avec une distance à la position moyenne de l'ordre de 42.000 années-lumière [7]. La distance nous séparant des amas les plus éloignés étant de l'ordre de 160.000 années lumière [8], Shapley pouvait en déduire un *rayon* de la Galaxie, en incluant les amas globulaires, de l'ordre de 120.000 années lumière. Et, dans l'article où il expose ses arguments en faveur de la thèse qu'il défend contre Curtis dans le Grand Débat [53], il mentionne en 1919 un diamètre maximum pouvant excéder 300.000 années-lumière.

2.4 Et pour les nébuleuses spirales ? Enfin Hubble vint

En 1924/1925, Shapley retravaille sur la relation période-luminosité, en utilisant, sur les céphéides du petit nuage de Magellan, les valeurs de luminosité apparente conformes aux derniers standards internationaux d'évaluation photographique des luminosités [54]. En 1925, il publie ainsi un tableau donnant périodes et luminosités photographiques apparentes de 106 céphéides, et une relation période-luminosité photographique absolue pour onze périodes s'échelonnant de un à cent jours [56]. Relation qui donne au Petit Nuage de Magellan une

5. c'est aussi l'idée utilisée par Hertzsprung et Shapley dans le calcul de la luminosité absolue moyenne de groupes de céphéides ; Kapteyn définit ses groupes en classant les étoiles par tranches de magnitudes apparentes et par tranches d'importance de mouvements propres ; puis il calcule la distance moyenne de chacun de ces groupes

6. d'autant que les mesures relatives à leurs vitesses radiales les montrent se rapprochant du centre galactique [55]

7. nous verrons que cette distance, comme nombre de distance d'amas estimées par Shapley, étaient surestimées

8. seuls deux amas , M75 et NGC 7006, excédent cette distance, de plus de 50.000 années lumière

distance de 105.000 années lumière [9] distance qui laisse toujours une incertitude sur son rattachement - ou non - au système de la Galaxie [10].

C'est sur cette version de la relation que Edward Hubble s'appuie pour évaluer la distance d'une nébuleuse découverte par Edward Barnard en 1884 et repérée par la référence NGC 6822. Cet objet est, en 1922, reconnu "définitivement" comme un regroupement irrégulier mais bien identifié d'étoiles et de nébulosités avec un aspect similaire aux nuages de Magellan. Onze céphéides y sont observées, et peuvent y être physiquement rattachées avec une très grande vraisemblance du fait qu'aucune autre n'est détectée hors des limites apparentes de l'objet. Les périodes de ces céphéides s'étalent de 12 a 64 jours. L'évaluation de leur luminosité apparente et l'application de la relation de Shapley donne une distance de près de 700.000 années lumière, et Edward Hubble en conclut que NGC 6822 se trouve loin au dehors du système galactique, *même étendu jusqu'aux distances évaluées pour les amas globulaires*, ce dernier commentaire étant peut-être particulièrement destiné à Shapley [14].

Vint ensuite, en 1926, l'estimation de la distance de la plus petite, M33, des deux nébuleuses spirales visibles à l'oeil nu, savoir les objets M33 et M31 du catalogue Messier. L'objet M33 avait déjà été reconnu lui aussi comme un essaim de très nombreuses étoiles et de nébulosités diffuses. Cette estimation est conduite sur 35 céphéides [22]. Elle se base sur les valeurs des luminosités maximales atteintes par chacune de ces étoiles variables, et non plus sur les luminosités médianes dont les valeurs sont plus incertaines vu les limites d'observation. Une comparaison est faite entre le graphe ou "diagramme" période luminosité apparente (maximale) de ces 35 céphéides et le graphe correspondant établi sur le Petit Nuage de Magellan, qui sert de référence. Cette comparaison calcule le "glissement", sur l'axe des luminosités apparentes, permettant de superposer au mieux le graphe M33 sur le graphe de Magellan [11]. Par la valeur de ce glissement Hubble établit que M33 est 8,1 fois plus éloigné de nous que le Nuage, et donc donne pour M33 une distance de 850.000 années lumière.

Last but not least, Hubble publie en 1929, son estimation de la distance de l'objet M31, la nébuleuse d'Andromède [23]. La méthode est la même que pour M33. mais cette fois-ci, toutes les céphéides extragalactiques déjà repérées sont utilisées : Au graphe période-luminosité apparente des 106 céphéides du Petit Nuage de Magellan, sont ajoutées, avec les glissements adéquats déjà calculés et repris sans changement, 9 céphéides de NGC 6822 et les 35 céphéides de M33 ; c'est ce graphe de 150 céphéides qui est comparé au graphe période luminosité apparente de 40 céphéides identifiées sur M31. La comparaison donne à la nébuleuse d'Andromède une distance valant 8,5 fois celle du Petit Nuage, soit environ 900.000 années lumière.

Toutes ces distances, comme démontré par la suite, étaient largement *sous-estimées* ; mais le Grand Débat était définitivement tranché : Emmanuel Kant avait raison. Notre Galaxie n'est pas le seul essaim d'étoiles dans l'Univers, il en existe d'autres, séparées par des zones où les étoiles sont absentes et par des distances nettement supérieures à leurs dimensions propres, les constituant comme objets identifiables, à l'époque désormais appelées "nébuleuses extragalactiques", et plus tard, galaxies.

9. distance nettement plus élevée que celle donnée par Hertzsprung en 1913 ou même celle donnée par Shapley en 1918 (resp. 30.000 et 63.000 années lumière). Nous reviendrons plus loin sur ces variations d'estimation de distance)

10. d'autant que les mesures de vitesse montrent qu'il s'éloigne de nous, comme nombre de nébuleuses spirales, il est vrai à une vitesse relativement petite [54]

11. à l'heure actuelle, la recherche de la meilleure superposition se ferait numériquement. A l'époque, elle est faîte manuellement : le graphe de la relation pérode luminosité apparente sur M33 est reporté sur un papier transparent, lequel est ensuite posé sur le graphe de Magellan, puis glissé parallèkement à l'axe des luminosités pour rechercher la meilleure superposition !

2.5 Retour aux vitesses : Hubble et la "récession" des nébuleuses extragalactiques

L'année 1929 est également celle de la publication par Hubble d'une découverte complémentaire et majeure. N'oublions pas les mesures de Vesto Slipher et d'autres sur les vitesses radiales de plusieurs nébuleuses, qui semblaient pour beaucoup s'éloigner de nous. Et la remarque de Shapley, selon laquelle semble exister une certaine relation entre la vitesse radiale et la luminosité de ces objets. Hubble eut donc l'idée d'étudier la relation entre vitesse - d'éloignement donc, en général - et distance [16]. Pour ce faire, il dispose en 1929 de 46 mesures de vitesses de nébuleuses extragalactiques, mais de seulement 24 mesures de distances [12]. Il en déduit une relation linéaire entre distance et vitesse, incluant un terme constant prenant en compte le mouvement du système solaire. Cette relation fait *augmenter* la vitesse d'éloignement, en fonction de la distance, de quelque 500 km/seconde lorsqu'on franchit 3,26 millions d'années lumière : plus la nébuleuse extragalactique est loin, plus elle s'éloigne vite. Plusieurs valeurs légèrement différentes de cet accroissement sont données selon le mode de calcul. Hubble reconnait que son échantillon est limité, mais qualifie ses résultats d'assez bien définis. Il a conscience que la confirmation de sa relation serait d'une grande importance. Mais il admet que de futures mesures pourraient modifier la donne, et pense donc qu'il est trop tôt pour rechercher d'éventuelles interprétations.

A la fin de son article, Hubble rapporte un programme initié par un de ses collègues de l'Observatoire du Mont Wilson, Humason, visant à déterminer les vitesses des galaxies les plus lointaines parmi celles dont on peut alors estimer les distances avec quelque confiance. Un premier résultat porte sur une nébuleuse s'éloignant avec une vitesse de 3779 km/seconde. La relation distance/vitesse, avec le facteur de 500km/seconde et après correction du mouvement solaire, donne pour cette nébuleuse une distance quelque 26 millions d'années lumière, distance cohérente avec l'ordre de grandeur des distances estimées par d'autres méthodes. Ce résultat, positif pour la validité de la relation, sera confirmé en 1931 sur des gammes de distance et de vitesse encore plus grande, allant jusqu'à quelques 90 millions d'années-lumières et 20.000 km/seconde, respectivement [20]. Un autre "grand débat", sur l'interprétation de ces observations était donc lancé.

12. les distances s'étalent sur une fourchette allant de 100.000 à 7 millions d'années lumière ; la fourchette des vitesses allant quant à elle, pour les 19 qui correspondent à un éloignement, de 150 à 1000 km/seconde

Chapitre 3

1915, 1916, 1917, 1922, 1927, quand la théorie anticipe l'observation

En effet, deux physiciens, l'un russe, Alexandre Friedmann (1888-1925), en 1922 [12], et l'autre belge, Georges Lemaître (1894-1966), en 1927 [29], ont montré indépendamment, à l'aide d'équations mathématiques que cette "récession" des nébuleuses extragalactiques est bien un phénomène *possible* ; ils en donnent même une interprétation surprenante ; ce ne sont pas les nébuleuses qui s'éloignent de nous dans l'espace, mais c'est l'espace même qui se dilate, cette dilatation les amenant naturellement à s'écarter les unes des autres. Citons par exemple Georges Lemaitre dans son article de 1927 : "L'éloignement des nébuleuses extra-galactiquesest un phénomène cosmique dû à l'expansion de l'espace". Bien sûr, ces équations ne surgissaient pas de nulle part ; revenons donc en arrière, au travail d'Einstein sur la relativité générale, et aux conséquences que lui même et le physicien néerlandais Willem de Sitter en ont tirées quant aux formes et aux dynamiques possibles de l'Univers.

3.1 A la racine, la relativité générale d'Einstein

Les fondements de la relativité générale sont publiés en 1916 dans une revue allemande de physique. Einstein, né en Allemagne, était alors membre de l'Académie Royale des Sciences de Berlin et habitait cette ville. La théorie de la relativité générale est une théorie de la gravitation : Pourquoi les corps tombent-ils ; qu'il y a-t-il derrière l'attraction universelle et les lois de Newton. Einstein s'est ré-interrogé sur un fait mesurable très simple, énoncé depuis Galilée : la constatation que tous les corps, quelle que soit leur nature, leur masse, lâchés au même instant depuis une position donnée, tombent avec la même accélération, dans des conditions où un vide suffisant a été réalisé. A la charnière du 19ème et du 20ème siècle cela avait été vérifié avec une précision du milliardième. Einstein fait de cette identité de l'accélération de la chute des corps, de *l'universalité de la chute libre*, un principe absolu, supposé parfaitement vérifié. Ce principe, selon Einstein, signifie que la gravitation n'est pas une force, mais une propriété géométrique locale associée à chaque endroit et chaque instant. Autrement dit à chaque « ici et maintenant » de l'Espace-Temps. Le principe de l'universalité de la chute libre s'interprète par le fait que les corps lâchés au même instant depuis un même lieu suivent le même « rail », dans cet espace à quatre dimensions, on dira la même géodésique. Des raisonnements physico-mathématiques conduisent ensuite Einstein à mettre à jour en quelque sorte la loi de Newton dans cette nouvelle interprétation, liant sur chaque « ici et maintenant » la géométrie et le contenu matériel. C'est la formule d'Einstein ; la voici, telle que réécrite dans son article de 1917 sur ses implications cosmologiques [9] ;

$$G_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T) \tag{3.1}$$

L'équation énonce des contraintes obligatoirement vérifiées en chaque "point" de l'Espace-Temps : se trouvent ainsi liées, *en chaque lieu à chaque instant*, d'une part la géométrie locale de cet espace à quatre dimensions ($G_{\mu\nu}$ et $g_{\mu\nu}$), d'autre part la distribution et les flux locaux de matière et d'énergie ($T_{\mu\nu}$ et T). Par contre, elle contraint peu, à elle seule, l'Univers dans son ensemble, en autorisant nombre de formes et de dynamiques possibles ; il est donc nécessaire de faire des hypothèses supplémentaires, et de résoudre l'équation d'Einstein dans les conditions que ces hypothèses expriment.

3.2 Univers d'Einstein, 1917

Dans la perspective des débats qui auront lieu par la suite, il s'avère utile de détailler la démarche exposée par Einstein dans son article de 1917 consacré aux implications cosmologiques de sa théorie.

Dans cet article, Einstein considère en premier lieu des univers spatialement infinis et étudie les conditions qu'il faut poser, à l'infini précisément, pour assurer à ces univers des propriétés acceptables. Il se place d'abord, à titre d'introduction, dans le cadre de la théorie de Newton. Puis il en vient à Relativité Générale. Le raisonnement qu'il poursuit et les calculs qu'il mène avec l'aide d'un ami mathématcien, Jakob Grommer [1] le conduisent à un certain renoncement. Il se tourne alors vers des univers où, par nature, cette question des conditions à l'infini ne se pose plus ; savoir des univers fermés, spatialement finis.

3.2.1 Newton et "les pièges de l'Univers Infini"

Einstein s'interroge donc sur la possibilité d'un univers Newtonnien spatialement infini uniformément rempli, c.a.d. dont la densité matérielle garde en moyenne - en négligeant les irrégularités locales - la même valeur *non nulle* sur tout l'espace. La résolution mathématique de cette question implique d'associer aux équations régissant la gravitation et le mouvement des corps une condition assurant une valeur limite au potentiel gravitationnel à l'infini, puis de tirer les conséquences de l'adoption de cette condition aux limites. Il constate alors l'impossibilité d'un tel univers : dans une cosmologie Newtonienne, l'existence, pour le potentiel gravitationnel, d'une valeur limite déterminée implique que la densité du contenu matériel soit nulle à l'infini : un univers Newtonien de densité non partout nulle a nécessairement un *centre*, à partir duquel la densité moyenne diminue progressivement et rapidement [2] lorsqu'on s'en éloigne. De plus, en s'appuyant sur la cinétique des gaz, Einstein souligne que, dès lors qu'il existe une certaine agitation thermique, le "gaz" dont les étoiles seraient les molécules se disperserait inévitablement dans tout l'espace et la densité deviendrait partout uniformément nulle [3].

Pour surpasser cette impossibilité, il suggère une modification de l'équation de Poisson, liant dans la théorie Newtonienne les variations du champ gravitationnel à la distribution des densités, modification qui préfigure celle qu'il va proposer dans l'équation de la Relativité Générale : il introduit un terme mobilisant une nouvelle constante universelle qu'il dénote λ. Cette introduction rend possible un univers quasi Newtonien dont le contenu matériel est uniformément distribué, de densité moyenne non nulle et dont la valeur du champ gravitationnel est également la même partout. Dans la formule obtenue, pour une même valeur du potentiel gravitationnel, cette densité est d'autant plus grande que la valeur de λ est importante. Et pour une même valeur de la densité, la valeur du potentiel gravitationnel tend vers l'infini lorsque la valeur de λ s'approche de zéro.

1. avec qui il collaborera à maintes reprises
2. plus rapidement que l'inverse du carré de la distance au centre
3. Ein Verschwinden der Dichte im Unendlichen zieht also eins Verschwinden des Dichte im Mittelpunkt nach sich

3.2.2 Un modèle pour un univers spatialement fini, uniformément rempli et stationnaire

Einstein prend en compte un fait qu'aucune observation ne pouvait contester à l'époque : les vitesses relatives des étoiles les unes par rapport aux autres sont très faibles comparés à la vitesse de la lumière ; cette relative fixité lui fourni un référentiel relativement auquel le contenu matériel de l'univers, assimilé à la seule population d'étoiles [4] apparait, au moins en première approximation, sans mouvement. L'univers peut donc être vu comme temporellement *stationnaire*. C'est sur cette hypothèse de stationnarité auquel il rajoute une hypothèse d'uniformité à grande échelle qu'Einstein développe son raisonnement en prenant l'option d'un univers spatialement fini [5].

Einstein, sous ces hypothèses et dans le référentiel "naturel" évoqué ci-avant, calcule alors l'expression, en chaque point du continuum spatio-temporel, des grandeurs caractérisant d'une part le contenu matériel, d'autre part la structure géométrique. Mais les expressions obtenues, *dans le cas où elles ne dépendent pas du temps*, s'avèrent ne pas pouvoir vérifier l'équation 3.1 qu'il utilisait jusqu'à présent ! Le problème est analogue à celui rencontré dans le cadre Newtonnien, et se résout de la même manière : par l'introduction d'un terme complémentaire mobilisant une constante également notée λ. L'équation 3.1 devient :

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T) \tag{3.2}$$

La modification est légitime : la nouvelle équation reste conforme au postulat de la relativité générale ; elle respecte toujours les principes de conservation de l'énergie et de l'impulsion ; elle préserve, comme Einstein le rappelle, les résultats qu'il avait déjà obtenu dans les applications au système solaire.

La conclusion du raisonnement d'Einstein est *un modèle d'univers particulièrement simple, décrit seulement par deux grandeurs*, la densité du contenu matériel ρ, et une grandeur R liée à la courbure spatiale locale, toutes deux de valeur uniforme dans l'espace et constante dans le temps ; d'une façon imagée, R s'interprète comme le rayon d'une "sphère" dont la surface, tridimensionnelle, forme l'espace dans lequel nous vivons ; cet espace est bien de taille finie, bien que sans frontière, comme l'est effectivement la surface d'une sphère ordinaire, et la masse de son contenu matériel sera également finie. La vérification, par ce modèle d'univers, de l'équation 3.2 impose une relation entre ces deux grandeurs, savoir [6] [7] :

$$\frac{\lambda}{c^2} = \frac{1}{R^2} = \frac{c^2\kappa\rho}{2} \tag{3.3}$$

Ainsi, dans cet univers, plus la densité sera forte, plus le rayon R de l'espace sera faible, et donc plus la courbure spatiale locale sera intense ; au contraire, plus la densité sera faible, plus la courbure spatiale locale sera négligeable, ce qui nous rapprochera localement d'un espace "plat", euclidien ; Les deux grandeurs seront elle même déterminées par (ou déterminent, selon le sens où l'on considère les choses) la valeur de la constante λ, constante qu'Einstein n'appelle pas constante cosmologique mais qu'il considère bien comme "universelle". A la fin de son article, Il souligne à nouveau la seule raison qui a rendu nécéssaire l'introduction du terme complémentaire ($\lambda g_{\mu\nu}$) dans l'équation 3.1 initiale ; savoir construire un modèle d'Univers *stationnaire*, stationnarité inspirée par la fixité des étoiles ... la récession des nébuleuses extragalactiques n'avait pas encore été mise au jour.

4. il est remarquable que dans cet article de 1917, Einstein ne parle que d'étoiles et du "système des étoiles" ; jamais de galaxies.

5. Einstein emploie plus souvent le terme fermé, geschlossen, qui exprime davantage une propriété topologique intrinsèque, indépendant de tout choix du système de cordonnées

6. la constante κ étant liée à la constante de gravitation et la vitesse de la lumière : $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$

7. par rapport à la formule donnée par Einstein dans son article, j'ai rétabli la mention explicite de la vitesse de la lumière c, pour comparaison, notamment, avec l'article de Fridmann 1922

L'espace du modèle d'Einstein 1917 reste proche de l'image que l'on peut se faire d'un espace courbe à travers la surface d'une sphère ordinaire. Dans cet univers, un rayon lumineux, trace spatiale de la "vie" (dans l'espace et le temps) d'un grain de lumière émis dans une certaine direction, est bien une courbe fermée. C'est l'équivalent d'un "grand cercle", de longueur $2\pi R$. Deux rayons lumineux se coupant en un point se recoupent à nouveau en un point antipode, distant de πR, qui est la distance maximale séparant deux points dans cet espace. Un grain de lumière, émis un point quelconque de l'espace associé à une horloge, parcourra un tel grand cercle à une vitesse constante c , pour revenir au point d'émission au bout d'un *temps fini* valant $\frac{2\pi R}{c}$. On peut imaginer par exemple qu'un observateur terrestre, regardant dans le ciel du coté opposé à la direction du soleil, puisse éventuellement voir une image de ce dernier, lointaine et affaiblie par l'absorption du milieu interstellaire ; la disposition d'une estimation de ce taux d'absorption par unité de distance, en cas de non observation de cette image donne alors une limite inférieure à la distance parcourue par la lumière du soleil autour de l'Univers, et donc le rayon R, la densité, et finalement la masse totale de l'Univers. Des spéculations en ce sens ont d'ailleurs eu lieu à l'époque.

3.3 Univers de de Sitter, 1917, 1918

Dans l'introduction des fondements de la Relativité générale, Einstein aborde la question de l'origine des forces d'inerties. Pour répondre à cette question, il pose un principe épistémologique, savoir que toute explication d'un phénomène doit reposer sur une réalité observable. Dans l'exemple qu'il donne, la constatation d'une "force centrifuge" déformant une masse fluide en rotation sur elle même, cette réalité ne peut être que celle d'autres masses matérielles par rapport auxquelles cette rotation peut être mesurée ; ces masses peuvent être très lointaines et n'avoir pour cette raison aucune influence gravitationnelle sensible sur la masse fluide de référence, elles n'en doivent pas moins exister.

3.3.1 Un univers de densité nulle

Cette question de l'inertie sous-tend les tentatives faites à l'époque pour construire des modèles d'Univers. Ainsi, après y avoir consacré une partie d'un article publié en 1916 [8] l'astronome néerlandais Willem de Sitter(1872-1934) reprend l'équation 3.2 pour en donner une seconde solution, celle d'un univers toujours fermé, de courbure constante mais de densité uniformément *nulle*, un univers vide [6, 7], dans lequel l'éventuelle présence de l'inertie ne peut donc plus être liée à la distribution uniforme de matière imaginée par Einstein. L'équation 3.2 se réduit à une pure contrainte géométrique, savoir $G_{\mu\nu} = \lambda g_{\mu\nu}$, et le lien entre la constante λ et la courbure devient :

$$\frac{\lambda}{c^2} = \frac{3}{R^2} \tag{3.4}$$

de Sitter dénomme cette seconde solution le système B qu'il compare à celui d'Einstein, le système A. Dans les deux cas ces solutions sont données, une fois choisi un système de coordonnées ou *référentiel*, par l'expression, en un point quelconque du continuum spatio-temporel, des coefficients de la métrique $g_{\mu\nu}$. Comme référentiel, de Sitter commence par prendre un référentiel très utilisé en astronomie : pour le repérage dans l'espace, l'origine étant la position de l'observateur, les trois coordonnées polaires habituelles : longitude θ et latitude ψ de la ligne de visée, plus une coordonnée r de position de l'objet émetteur de lumière sur cette même ligne ; à ces trois coordonnées spatiales on rajoute le temps donné par une horloge associé à l'observateur. Dans un tel référentiel, les systèmes A et B sont identiques quant à l'expression de la partie spatiale de la métrique, mais ils diffèrent nettement quant à la prise en compte du temps.

8. On the origin of Inertia, Hypotheses of distant masses [5]

3.3.2 Un espace toujours fermé, mais "elliptique"

de Sitter fait par ailleurs une seconde remarque à propos de l'Univers d'Einstein 1917. Einstein, on l'a dit, considérait l'espace de cet univers comme sphérique. Or, pour la même expression de la partie spatiale de la métrique, une autre forme d'espace fermé à courbure constante existe : l'espace dit *elliptique*[9]. Dans cet espace, les rayons lumineux sont certes toujours des courbes fermées. Mais leur longueur, lorsque calculée de la même façon que dans le cas sphérique, est deux fois moins grande, soit πR. Et la distance maximale entre deux points de l'espace est alors $\frac{\pi R}{2}$. De plus, deux rayons lumineux quelconques n'ont plus deux points d'intersection, mais un seul. Ces propriétés peuvent paraître étranges[10], mais il semble bien qu' Einstein ait convenu avec de Sitter que l'espace elliptique, qui convient aussi bien au système A qu'au système B, pourrait être plus intéressant que l'espace sphérique, pour des raisons tant mathématiques que physiques.

3.3.3 Une absence de temps unique

Tournons nous maintenant dans la prise en compte du temps dans le système B, considéré avec l'espace elliptique. C'est cette prise en compte particulière qui donne au système B sa grande originalité. En effet un grain de lumière émis d'un certain point de l'espace parcourt bien une ligne fermée de longueur πR mais ne revient à son point de départ *qu'au bout d'un temps infini* : au fur et à mesure qu'il s'éloigne du point d'émission, le grain de lumière met, *mesuré sur l'horloge associé à ce point*, de plus en plus de temps pour parcourir le même intervalle δr entre deux positions, comme s'il allait de moins en moins vite en s'approchant de la position la plus éloignée, $\frac{\pi R}{2}$[11]. Dans un tel modèle, bien que celui d'un univers spatialement fermé, un observateur terrestre ne verra jamais d'image fantôme du soleil dans la direction opposée, même en cas d'absence d'absorption. A moins que le soleil n'émette depuis une infinité de temps....

Une autre conséquence physique de cette prise en compte du temps dans le système B est un *décalage vers le rouge* de la lumière reçue par l'observateur en provenance d'un objet; décalage d'autant plus fort que l'objet est plus lointain. Ce décalage n'a rien à voir ici avec un quelconque mouvement de l'objet : il est lié au décalage des temps propres entre le lieu d'émission et le lieu de réception, évoqué précédemment et explicité en note. Or à l'époque, on le sait, des décalages vers le rouge importants avaient déjà été constatés sur un petit nombre de nébuleuses que l'on ne qualifiait pas encore d'extragalactiques. Ils avaient été interprétés par leurs découvreurs comme des mouvements de fuite. de Sitter fait remarquer qu'ils pourraient être dûs au moins partiellement à cet effet purement statique. Il en conclue que si ces décalages étaient confirmés par des observations plus nombreuses, cela renforcerait la plausibilité du système B par rapport à celui d'Einstein, et fourniraient même une voie pour calculer le

9. espace qui avait été proposé en 1877 par le mathématicien américain Simon Newcomb

10. en fait, il existe une manière concrète de se représenter un tel espace, en considérant l'ensemble $\mathcal{A}$ des droites de notre espace ordinaire à trois dimensions *passant par un même point A*. Pour faire de cet ensemble un espace non euclidien, il faut définir ce qu'est la distance entre deux droites, ce qu'on appelle en terme technique se donner une métrique. Par exemple, dans le cas d'un espace elliptique, définir comme distance *le plus petit des deux angles* formés par les deux droites. On peut vérifier qu'une telle définition respecte bien les propriétés associées à la notion de distance, et se convaincre que 1) la distance maximale entre deux droites est $\frac{\pi}{2}$ ($90°$); 2) que le sous-ensemble des droites contenues dans un même plan forment une "ligne" fermée de cet espace elliptique, ligne de longueur π, l'équivalent d'un grand cercle dans l'espace sphérique; 3) que deux quelconques de ces lignes ne se recoupent qu'en un seul point (puisque deux plans ne se recoupent qu'en une seule droite).

11. Bien entendu, la vitesse de la lumière, mesurée au point d'émission, ou de réception lors du retour, est bien toujours égale à c. La valeur inférieure v de la vitesse de la lumière sur une position r, lorsque mesurée dans le temps propre de l'observateur situé en $r = 0$, est la conséquence de l'absence de temps unique dans cet univers : le rapport entre l'intervalle temporel séparant deux passages successifs sur la position r de la crête d'une vibration lumineuse, dans le temps propre d'un observateur situé sur cette position, et l'intervalle temporel entre ces deux mêmes évènements dans le temps propre d'un observateur situé en $r = 0$ vaut, dans la métrique du système de de Sitter, $\cos(\frac{r}{R})$; $\frac{v}{c}$, égal à ce rapport, tend bien vers 0 lorsque r se rapproche de $\frac{\pi R}{2}$. D'une façon générale, un mouvement quelconque intervenant sur une position r apparaitra infiniment lent pour un observateur situé en $r - \frac{\pi R}{2}$

rayon de courbure R de l'Univers. C'est d'ailleurs à de Sitter que Hubble fait allusion à la fin de son article de 1929 sur la récession des galaxies, en mentionnant que les données disponibles "pourraient être introduites dans les discussions autour de la courbure de l'Espace".

3.4 Lemaître et Friedmann

Dès 1916, physiciens et astronomes ont porté attention à la théorie de la Relativité générale et aux tests qu'Einstein avait proposés. De nombreux ouvrages relatent l'histoire de son acceptation dans la communauté scientifique. Il est intéressant, par exemple, de suivre la progression des interrogations, mélant admiration et critique, à travers ce qu'en disait en 1920 l'astronome français Ernest Esclangon [11], ou bien à travers les écrits successifs de l'astronome américain William Pickering [45, 46, 47]. Très tôt aussi, on l'a vu avec de Sitter, certains théoriciens ont réfléchi, comme l'avait déjà fait Einstein, aux implications cosmologiques de la théorie et au rapport entre les notions d'espace et de temps. L'idée d'un univers non stationnaire commençait à apparaitre. Venons en d'abord aux travaux de Georges Lemaître, avant de retourner vers ceux de Friedmann qui, bien qu'antérieurs, ouvraient peut-être davantage le champ des univers possibles.

3.4.1 Lemaître 1927 : un univers fermé, éternellement en expansion

En 1926, Lemaître publie une note sur l'univers de de Sitter [28]. En 1927 il reprend sa réflexion, en partant des qualités et des défauts respectifs des solutions Einstein et de Sitter. Au modèle de Sitter, il reconnait sa compatibilité avec les observations du décalage vers le rouge d'un grand nombre de nébuleuses qu'on peut désormais qualifier d'extragalactiques, nébuleuses qui "semblent nous fuir avec une énorme vitesse". Au modèle d'Einstein il reconnait sa compatibilité avec la densité moyenne de la zone alors observable, laquelle densité, une fois extrapolée à l'Univers entier, donne selon la relation 3.3 valable dans ce modèle, un rayon R tout à fait acceptable à l'époque [12]. Il cherche donc une solution intermédiaire, qui réunirait les deux qualités.

Pour ce faire, il conserve du modèle d'Einstein l'idée d'un univers fermé de courbure constante, rempli d'un fluide homogène et sans courant, mais en abandonnant l'exigence de stationnarité ; autrement dit il admet que l'Univers puisse évoluer, avoir une histoire, en permettant à la courbure, la densité, et aussi la pression, de dépendre du temps. Le fluide remplissant l'univers est constitué de matière proprement dite, dont la masse totale reste constante, et d'énergie rayonnante. La pression au sein de ce fluide se limite à la pression radiative, la pression relative à la partie matérielle étant nulle. Avec ces contraintes, il recherche les solutions de l'équation d'Einstein dans sa seconde version, c.a.d avec la constante λ maintenant désignée comme "constante cosmologique". Des calculs relativement simples le conduisent à la formule ci après. Cette dernière donne le taux $\frac{1}{R}\frac{dR}{dt}$ de croissance ou de décroissance du rayon R - le taux d'expansion ou de contraction de l'univers - en fonction de la valeur déjà atteinte de ce rayon, de λ et de deux constantes α et β, la première proportionnelle à la masse totale de matière M ($\alpha = \frac{\kappa M}{\pi^2} = \kappa\rho_m R^3$), l'autre intervenant dans une relation avec la pression de radiation.

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = \epsilon c\sqrt{\frac{\lambda}{3c^2} - \frac{1}{R^2} + \frac{c^2\alpha}{3R^3} + \frac{\beta}{R^4}} \quad \epsilon = 1 \ \text{ ou } \epsilon = -1 \tag{3.5}$$

Cette formule [13]- une équation différentielle - couvre les deux modèles en concurrence : en supposant nulle la valeur observée du taux à un instant donné, et $\alpha = \beta = 0$ (densité nulle, pression nulle), on retrouve le modèle stationnaire de de Sitter ; avec la même hypothèse sur

12. "de quelques centaines de fois plus grandes que la distance des objets les plus éloignés photographiés dans nos téléscopes"

13. dans laquelle j'ai réintroduit la vitesse de la lumière c, qui chez Lemaître est prise égale à 1

la valeur observée du taux et $\beta = 0$ (pression nulle) on retrouve le modèle stationnaire d'Einstein [14]. Mais elle les généralise en donnant les lois d'une dynamique contrôlant l'évolution du rayon, et corrélativement celle d'une densité et d'une pression non nulle. En tenant sans doute compte de ce qu'il pressentait, Lemaître ne traite que du cas d'une dynamique d'expansion, donc avec $\epsilon = 1$. La formule implique alors que le rayon R de l'univers n'est jamais inférieur à un minimum R_{min} [15].

Lemaître en déduit une équation intégrale donnant le temps nécessaire - notons le ici $T_{R_1}^{R_2}$ - pour que le rayon R de l'univers passe d'une certaine valeur R_1 à une valeur supérieure R_2. Puis il s'interroge sur la valeur vraisemblable à donner à la constante α - donc à la masse totale de l'univers. Il raisonne dans le cas d'une pression nulle, donc avec $\beta = 0$, et pose une contrainte déterminante, qu'il justifie à la fin de l'article : le temps de passage $T_{R_1}^{R_2}$ augmente indéfiniment lorsque R_1 décroit pour tendre vers le minimum R_{min} ; autrement dit, il faut reculer indéfiniment dans le temps pour se rapprocher, sans jamais l'atteindre, d'un état où la taille de l'Univers aurait cette valeur minimale. Une telle contrainte impose mathématiquement une relation entre λ, $\alpha = \frac{\kappa M}{\pi^2}$ et R_{min} :

$$c^2\alpha = 2\frac{c}{\sqrt{\lambda}} = 2R_{min} \tag{3.6}$$

Lemaître a enfin l'idée d'exploiter les données dont il dispose [16] sur les distances et les vitesses de fuite de nébuleuses extragalactiques. A partir de ces données, il estime la valeur du taux d'expansion actuel à 625 km/seconde par millions de parsecs, un peu supérieure à celle que publiera Hubble deux ans plus tard. Puis, s'appuyant sur l'équation du taux d'expansion (3.5) et sur une estimation de la densité moyenne actuelle de l'univers utilisée par Hubble [17], il est en mesure de calculer simultanément le rayon actuel R, le rayon minimal R_{min}, les constantes α et λ. Il trouve ainsi que le rayon actuel de l'Univers vaut quelques 20 milliards d'années lumières et qu'il est 21.5 fois plus grand que la valeur limite R_{min} qu'il avait dans un passé infiniment lointain.

3.4.2 Friedmann 1922, 1924

En 1922, Alexandre Friedmann initie un raisonnement analogue, en partant d'un univers fermé, de courbure positive constante, et d'une forme de métrique généralisant celles des modèles d'Einstein et de de Sitter 2017 . Le fluide homogène remplissant l'Univers n'a qu'une seule composante et sa pression est nulle [18] ; par ailleurs, et contrairement à Lemaître cinq ans plus tard, la structure de l'espace est de type sphérique et non elliptique [19], avec un volume d'Univers égal à $2\pi^2 R^3$ au lieu de $\pi^2 R^3$. Il aboutit à une équation semblable à celle de Lemaître avec pression nulle, donnant le taux d'expansion ou de contraction en fonction de la valeur

14. en toute rigueur, sous réserve que ces solutions $\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = 0$ de l'équation différentielle 3.5 soient stables ; mais cette question n'est pas abordée dans l'article de Lemaître 1927

15. pour assurer une valeur non négative à l'expression inscrite sous la racine carrée ; Lemaître note ce minimum R_0

16. données issues des travaux de Hubble et de Strömberg

17. En 1926, Hubble publie un long article fondateur [15] consacré aux différents types de nébuleuses extragalactiques, et aux relations entre les grandeurs qui les caractérisent (formes, luminosités, diamètres, masses...). A la fin de cet article, il aborde la question de la densité spatiale, à partir de l'estimation du nombre de nébuleuses par unité de volume et de leur masse moyenne. Le résultat qu'il donne est une densité de $1.5\ 10^{-31}$ grammes par centimètre-cube. Cela le conduit à appliquer la formule du modèle d'Einstein et à proposer la valeur de quelques 88 millards d'années lumière pour le rayon de l'univers. Il conclue alors sur l'espoir que les progrès en matière de télescopes permettront à l'avenir d'observer une part appréciable de l'univers d'Einstein

18. ce qui explique que Friedmann n'a nullement besoin de poser l'hypothèse d'une masse matérielle constante : la conservation de l'énergie totale, réduite ici à la masse, est assurée dans l'équation d'Einstein elle même

19. le vocabulaire employé par Friedmann dans son texte peut laisser perplexe : il qualifie en effet l'Univers d'Einstein de cylindrique, et celui de de Sitter de sphérique. Un tel vocabulaire se justifie quand il s'agit de caractériser les structures *d'Espace-Temps* respectives des deux univers, alors que l'opposition sphérique/elliptique se rapporte aux structures de l'espace

déjà acquise du rayon, de la masse totale M de l'Univers et de λ. Lui aussi privilégie les dynamiques d'expansion, mais, comme on va le voir, envisage également la possibilité d'alternance entre des phases d'expansion et des phases de contraction. En effet, contrairement à l'essentiel du propos de Lemaître 1927, Friedmann explore le champ des valeurs possibles du couple M, λ. Ainsi distingue t-il plusieurs cas de figure et analyse leurs conséquences quant à la dynamique des univers associés. Raisonnons ici avec une masse de l'Univers donnée M :

1. Lorsque λ est suffisamment grand, strictement supérieur à une certaine limite $\lambda(M)$ dépendant de la masse [20], le rayon de l'univers croit sans limite depuis un état initial de *rayon nul* ; la durée séparant cet état initial d'un état quelconque - durée que Friedmann désigne par temps écoulé depuis la création du monde - *est finie* : on est clairement dans le cas de ce que l'on appellera plus tard un univers avec Big Bang, avec une singularité initiale où la densité est infinie.
2. Lorsque λ égale $\lambda(M)$, deux catégories très différentes d'univers apparaissent, séparées par un certain rayon critique $R_c(M)$ proportionnel à la masse. Dans la première catégorie, le rayon croît toujours en partant d'une valeur nulle, et le temps mis par l'univers pour passer de l'état initial à un état quelconque est toujours fini. On retrouve le Big Bang et sa singularité. Mais le rayon ne s'accroit plus sans limite. Il reste inférieur à $R_c(M)$. Dans la seconde catégorie, le rayon de l'univers croît à nouveau sans limite mais en partant d'une valeur *non nulle*, celle de la valeur critique $R_c(M)$. L'état initial est rejeté dans un passé infiniment lointain. On retrouve le modèle de Lemaître.
3. Lorsque λ est inférieur à $\lambda(M)$, les deux catégories précédentes se prolongent de la façon suivante. Dans la première catégorie, le rayon reste compris entre 0 et une certaine valeur $R_{max}(\lambda, M) < R_c(M)$, en oscillant au cours du temps entre ces deux valeurs. Ces univers peuvent être vus comme *périodiques*, avec une période d'oscillation dépendant de la constante cosmologique et de la masse totale. Cette période augmente indéfiniment lorsque la constante cosmologique croît en se rapprochant de la limite $\lambda(M)$, et pour des faibles valeurs de λ elle est proportionnelle à la masse. Dans la seconde catégorie, le rayon croît sans limite depuis une valeur $R_{min}(\lambda, M) > R_c(M)$. La durée séparant cet état initial d'un état quelconque est finie et Friedmann l'appelle toujours temps écoulé depuis la création du monde ; on retrouve le Big Bang, car on peut bien parler de l'âge de l'Univers, mais avec un état initial non singulier, de densité finie.

En 1922 donc, Friedmann part de l'hypothèse d'un univers spatialement fini. C'est, semble-t-il, la conception à laquelle adhère, à la suite d'Einstein, nombre de physiciens de l'époque [2]. Mais il n'en reste pas moins préoccupé par la question, et en 1924, un an avant sa mort, il publie un autre article dans lequel il affirme la possibilité d'univers homogènes dotés d'une courbure spatiale négative (univers hyperbolique) voire nulle (Univers plat, euclidien). Pour ce faire, il modifie la métrique spatiale d'Einstein / de Sitter 1917, et montre sa compatibilité avec l'équation (3.2) ; dans cette métrique, R n'est plus le rayon d'une hypersphère mais reste un facteur d'échelle, dont la dynamique d'expansion ou de contraction est contrôlée par une équation différentielle quasiment semblable à celle d'un univers à courbure positive, au signe affectant l'un des coefficient près. Soit, écrite sous la forme (3.5) avec une pression nulle :

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = \epsilon c\sqrt{\frac{\lambda}{3c^2} + \frac{1}{R^2} + \frac{c^2\alpha}{3R^3}} \text{ au lieu de } \frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = \epsilon c\sqrt{\frac{\lambda}{3c^2} - \frac{1}{R^2} + \frac{c^2\alpha}{3R^3}} \tag{3.7}$$

la constante α étant liée à la densité par $\alpha = \kappa\rho R^3$

3.5 Einstein, de Sitter, 1931, 1932

Le travail de Friedmann 1924 était donc précurseur, mais semble avoir été largement ignoré [2]. De fait, en 1931, Otto Heckmann, de l'Université de Göttingen, avance lui aussi la possi-

20. limite valant $\frac{16\pi^4 c^2}{\kappa^2 M^2}$

bilité d'univers homogènes à courbure négative. Partant d'une expression générale de la métrique dans sa composante spatiale, il montre que l'uniformité spatiale et la constance dans le temps de la courbure est bien, à travers l'équation d'Einstein, une *conséquence* de l'uniformité spatiale de la densité et de la pression, et de l'absence de tout courant. Et que rien ne contraint la valeur de cette courbure, qui peut donc être positive, négative voire nulle. Comme Lemaître, Heckmann considère le fluide remplissant l'univers comme constitué de matière et de radiations, mais cette fois ci prend en compte une pression non nulle pour chacune de ces deux formes d'énergie. S'il cite Lemaître et Friedmann 1922, il ne fait aucune référence à Friedmann 1924. Ses calculs le conduisent à une formule donnant le taux d'expansion ou de contraction qui, mise pour comparaison sous une forme semblable à l'équation (3.5), s'écrit :

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = \epsilon c\sqrt{\frac{\lambda}{3c^2} - \frac{K}{R^2} + \frac{c^2\alpha}{3R^3}\sqrt{1+\frac{\beta_m^2}{R^2}} + \frac{\beta_s}{R^4}} \quad \epsilon = 1 \text{ ou } \epsilon = -1 \tag{3.8}$$

où K, la courbure spatiale, peut être positive (Friedmann 1922, Lemaître 1927), nulle ou négative (Friedmann 1924), les deux constantes β_m et β_s étant respectivement liées à la pression au sein de la matière et à la pression radiative, la constante α étant, quant à elle, liée à la *densité de matière* par $\alpha = \kappa\rho_m R^3$.

La nécessité d'un univers fermé était donc au début des années 1930 bien ébranlée. C'est le constat que dresse de Sitter en 1932 dans sa conclusion d'un long exposé [8] : "Even the statement that the universe is finite, that we are so sure of a short time ago, is doubtful again now". De fait, Einstein et de Sitter, en 1932, font ensemble [21] une courte communication [10] où ils commençent par citer les travaux d'Otto Heckmann. Dans cette communication, ils reconnaissent la possibilité théorique d'univers non stationnaires ; ils reconnaissent aussi que les données directement observées "prouvent" que l'univers est en réalité en expansion. Ils remarquent que dans ces données rien n'oriente vers une quelconque courbure, ni positive, ni négative, et que celle ci, en l'état actuel des connaissances, peut aussi bien être prise nulle. Ils rappellent enfin que la constante cosmologique a été introduite pour rendre théoriquement possible un univers fermé, de densité non nulle et stationnaire, pour en conclure que cette introduction n'était pas nécessairement utile, l'univers étant ce qu'il est. Ils proposent alors un modèle sans courbure, sans constante cosmologique, et pour des raisons de simplicité, de pression nulle ; ce modèle sera désigné comme modèle Einstein-de Sitter. La formule d'Heckmann avec $\lambda = 0$, $K = 0$, $\beta_m = \beta_s = 0$, donne alors simplement, pour un univers en expansion :

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = c\sqrt{\frac{c^2\alpha}{3R^3}} \tag{3.9}$$

le lien existant à chaque instant entre la constante α, la densité et le facteur d'échelle R étant toujours $\alpha = \kappa\rho R^3$, si bien que, ρ_0, R_0, H_0 désignant respectivement la densité, le facteur d'échelle et le taux d'expansion *actuels*, l'équation 3.9 se réécrit : .

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = c\sqrt{\frac{1}{3}c^2\kappa\rho_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^3} = H_0\sqrt{\left(\frac{R_0}{R}\right)^3} \tag{3.10}$$

La mesure du taux d'expansion actuel permet donc, dans ce modèle, de calculer la densité actuelle, par la relation :

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{c^4\kappa} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \tag{3.11}$$

et les auteurs de la communication ne manquent pas de le faire : en partant d'une valeur du taux d'expansion donnée par Hubble 3 ans auparavant, savoir $500\ km\ sec^{-1}\ Mpc^{-1}$, Einstein et de Sitter en conclut une densité égale à $4\ 10^{-28}\ gr.\ cm^{-3}$, valeur qui leur paraît être une limite supérieure d'autres mesures déjà proposées.

21. bien qu'ayant souvent correspondu, c'est la seule publication qu'ils auront co-signée

L'équation (3.10) permet par ailleurs le calcul de l'âge T de l'univers, le temps écoulé depuis la création du monde, pour reprendre l'expression de Friedmann, calcul que, curieusement, Einstein et de Sitter ne font pas dans leur article. Une simple intégration de (3.10) donne en effet $T = \frac{2}{3}\frac{1}{H_0}$, les deux tiers de ce qu'on appelle maintenant le temps de Hubble. Avec les données dont ils disposaient, ils auraient publié un âge égal à $1,3$ milliards d'année, ce qui dès cette époque pouvait paraître très problématique.

Chapitre 4

1930-1950 et le "problème cosmologique"

La convergence entre analyse théorique et observations, entre modèles d'univers et "récession" des galaxies, pourraient nous laisser croire que pour les contemporains des années trente ce qu'ils appelaient le "problème cosmologique" était sur le point d'être résolu ; sur la base d'un univers en expansion, avec une dynamique globale contrôlée par les équations de la relativité générale, dynamique dont il ne restait plus qu'à préciser les paramètres. Il semble bien que cette vision soit erronée. De vifs débats ont en effet eu lieu : sur l'interprétation du redshift des galaxies : correspond-t-il bien à un éloignement des galaxies, ou bien à une toute autre cause de nature inconnue, les distances restant de fait constantes et l'univers étant donc stationnaire ; sur la validité de l'hypothèse d'homogénéité globale de l'univers ; enfin sur la validité même de la relativité générale, du moins la validité de son application aux grandes échelles, au cosmos entier. Se sont ajoutés des interrogations sur la fiabilité des mesures de distances effectuées par les différentes méthodes alors mobilisables, dans un contexte où la portée en distance, la résolution, la gamme de longueur d'onde des instruments de l'époque étaient encore loin des possibilités actuelles. Juste après la seconde guerre mondiale et au début des années 1950 de fortes interrogations subsistent donc, et Walter Baade, dans une communication faite en 1951, pouvait -il-écrire [1] :*In the 25 years which have elapsed since the extragalactic nature of spiral nebulaie was established, ... but... a great discovery , the redshift in the spectra of the nebulae, diverted the inquiry in new directions ... The cosmological problem became the dominant question and a tremendous effort was made towards its solution. We now today that this bold first attempt ended in failure*. Et il poursuivait plus loin *Altogether, there are good reasons to believe that solution of the cosmological problem is much difficult that was thought some 15 years ago* [1] *and it may wellle lie beyond our present powers*.

4.1 La question de la nature du redshift

Cette question a hanté E. Hubble : certes, l'interprétation immédiate du redshift des nébuleuses extragalactiques est un effet Doppler consécutif à une "fuite" des galaxies, et les modèles d'univers en expansion donne de cette fuite une explication naturelle. Mais, on va le voir, Hubble, suite à certaines analyses, est amené à douter de la validité de ces interprétations, doute l'amenant à écrire [17] en 1936 que *the assumption that redshifts are not velocity shifts is more economical and less vulnerable exept for the fact that, at the moment, no other satisfactory explanation is known.*

Les scientifiques de l'époque ont donc cherché des moyens de trancher la question, d'abord dans le cadre des modèles d'univers issus de la relativité générale. Cette recherche, à laquelle sont associés notamment les noms de Hubble, Tolman, McCrea, McVittie, Robertson, a aboutit à

1. c.-à -d. en 1935...

proposer des relations entre observables, différentes selon que l'on a affaire d'une part à un univers en expansion, d'autre part à un univers stationnaire où l'explication du redshift doit donc être trouvée ailleurs. Puis à examiner si ces relations pouvaient être caractérisées de manière suffisamment précise pour servir de critères discriminants, avec les instruments disponibles. Il est utile, compte tenu de l'importance de ce débat, d'examiner ces travaux avec quelque détail. Notamment pour comprendre pourquoi les limites des performances des instruments ont empêché pendant cette période d'apporter des conclusions définitives. Nous partirons de travail de Hubble et Tolman dans un article datant de 1935 [21].

4.1.1 1935, 1936 : l'approche proposée par Hubble et Tolman

Dans l'article de 1935, Hubble et Tolman envisage donc deux scénarios, selon que l'univers, *supposé d'emblée avoir au temps présent, une courbure* $\frac{1}{R_0^2}$ *positive ou nulle*, est en expansion (R_0 étant dans ce cas la valeur actuelle du rayon de cet univers) ou au contraire stationnaire (R_0 est dans ce cas la valeur du rayon, "depuis toujours", et donc aussi sa valeur actuelle). Ces deux univers ont une métrique de même forme, exprimée dans un système de coordonnées t, r, θ, ϕ, la vitesse de la lumière, c, étant prise égale à 1 [2] :

$$ds^2 = dt^2 - e^{g(t)}[\frac{dr^2}{1 - \frac{r^2}{R_0^2}} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta d\phi^2] \tag{4.1}$$

une même galaxie étant repérée par ses coordonnées r, θ, ϕ indépendantes du temps [3]. r est la *coordonnée radiale* de la galaxie, assimilée par Hubble à sa "distance" terme que nous garderons désormais [4].

Dans le premier scénario (univers en expansion) $g(t) = 2(at + bt^2 + \dots)$ est une fonction croissante du temps ; le premier coefficient de ce développement, a, n'est autre que le taux d'expansion actuel, la valeur de la constante de Hubble H_0, divisée par la vitesse de la lumière ; les autres coefficients, dont même le signe est très difficile à évaluer au moment ou Hubble et Tolman rédigent leur article, sont pris égaux à 0. Dans cet univers en expansion exponentielle, le redshift z d'une galaxie se relie *par déduction* à sa position spatiale r par la formule :

$$z = \frac{H_0}{c} R_0 \arcsin \frac{r}{R_0} \tag{4.2}$$

soit, en première approximation dans l'univers proche, $z = \frac{H_0}{c}[r + \frac{1}{6R_0^2}r^3 + \dots]$. Nous verrons que dans la confrontation avec les données dont il fera état en 1936, Hubble sera amener à reconsidérer cette hypothèse de cette expansion purement exponentielle.

Dans le second scénario (univers stationnaire) $g(t) = 0$; il faut alors poser une hypothèse sur la formule liant le redshift à distance, puisque ce lien n'est plus *expliqué* par l'expansion ; Hubble et Tolman reprennent la même formule 4.28 faute d'alternative plus crédible [5].

Trois relations théoriques vont alors servir de base à la construction de critères discriminant les deux scénarios : deux d'entre elles donnent le diamètre apparent $\delta\theta$ d'un objet pour la première, sa magnitude apparente "bolométrique" [6] m_b, en fonction de la position r de l'objet et de son redshift z. La troisième relie, *sous l'hypothèse d'une distribution spatiale uniforme*, la densité

2. si les distances sont exprimées en millions de parsecs, l'unité de temps est alors de l'ordre de 3.26 millions d'années

3. coordonnées dites co-mobiles dans le cas d'un univers en expansion.

4. rappelons que, bien que s'exprimant avec les mêmes unités, r ne se confond pas, sauf pour des valeurs faibles, avec la *distance luminosité*, ni avec *la distance angulaire* autre type de distance employé en cosmologie ; mais nous gardons ce terme de distance pour la coordonnée radiale, car c'est celui employé constamment par Hubble

5. which lies within the limits prescribed by the know data

6. mesure logarithmique du flux énergétique total (intégré sur toutes les longueurs d'onde) théoriquement reçu par un observateur terrestre, par unité de surface et par seconde

linéaire du nombre de galaxies $\frac{dN}{dr}$, prise à une distance r donnée, à la courbure actuelle $\frac{1}{R_0^2}$.

Les deux premières relations diffèrent bien selon que le redshfit, dans son lien avec la distance, est le résultat d'une expansion de l'univers ou bien d'une cause inconnue dans un univers stationnaire. Ainsi, pour une même valeur du redshift, dans un univers en expansion, le diamètre apparent de l'objet sera-t-il plus important, et la luminosité apparente plus faible[7]. L'élimination de la grandeur r non directement observable laisse alors espérer une relation entre diamètre apparent et magnitude apparente, discriminante des deux situations ; elle laisse aussi espérer une formule donnant la répartition des galaxies par tranche de magnitude apparente, différente également dans les deux situations, et qui puisse être confronter avec les observations sous l'hypothèse d'une estimation de la courbure jugée la plus vraisemblable.

La relation -diamètre apparent/magnitude apparente - dans lesquelles la position spatiale n'intervient plus, n'est cependant pas encore directement utilisable : le diamètre apparent est une notion floue car il est difficile de lui donner une valeur qui soit indépendante de l'instrument et des conditions d'observation, du temps de pose photographique notamment. A ce diamètre apparent se trouve donc préféré une notion plus opérationnelle ; savoir le rayon angulaire a où l'intensité lumineuse, sur l'image photographique de la nébuleuse, est 4 fois moins importante que celle en son centre. Quant à la magnitude apparente, le flux énergétique effectivement perçu à la sortie du dispositif de mesure est différent du flux total théoriquement reçu : le taux d'absorption de l'atmosphère terrestre[8], la sensibilité propre de la plaque photographique et divers autres facteurs agissent comme un filtre en sélectionnant une certaine gamme de longueur d'onde. La partie du spectre d'émission de la nébuleuse qui, après son décalage vers le rouge, est prise en compte dans ce filtre, n'est bien sûr pas la même selon l'importance de ce décalage. Aussi la correction nécessaire pour passer de la magnitude "photographique" m_p à la magnitude apparente bolométrique m_b dépend-t-elle du redshift z. Cette correction $K(z)$ est estimable empiriquement. Sous certaines hypothèses concernant le spectre d'émission elle peut se calculer théoriquement. A la fin de leur raisonnement Hubble et Tolman proposent un système d'équations mobilisant cette fois ci uniquement des grandeurs observables ou calculables. Ainsi le rayon angulaire a est-il donné, en fonction du redshift z, de la luminosité photographique évaluée en magnitude m_p et du coefficient $K(z)$, par :

$$\log a(z) = -0.2m_p + n\log(1+z) + 0.2K(z) + const \tag{4.3}$$

la constante étant la même pour des nébuleuses *similaires* situées à des distances différentes. Les deux situations - redshfit lié à un univers en expansion ou bien à une cause inconnue - se différencient dans cette équation uniquement par la valeur du coefficient n : $n = 2.5$ dans la première hypothèse et $n = 0.5$ dans la seconde.

Une démarche similaire est faite sur la distribution des galaxies selon la magnitude apparente ; le but est d'établir, dans les deux scénarios envisagés, une équation théorique donnant le nombre $N(m_p)$ de galaxies dont la valeur de la magnitude est inférieure à[9] m_p, puis de confronter cette équation aux observations. Pour obtenir cette équation théorique des hypothèses doivent être posées. Tout d'abord, et conformément à l'hypothèse d'un l'univers homogène et isotrope, les galaxies sont supposées se répartir dans l'espace de façon uniforme, que l'univers soit en expansion, ou non : le nombre de galaxies inclues dans une région donnée de l'espace co-mobile est proportionnel au volume de cette région, il est indépendant de la forme de cette région et de sa position. Ce volume étant calculable à partir de la métrique de l'espace, le nombre dN de galaxies incluses dans une coquille $r, r+dr$ centrée sur l'observateur est, dans

7. Dans un univers en expansion, la réduction de la luminosité due au redshift est le cumul de deux effets : le premier correspond à la perte d'énergie individuelle de chaque photon ($\frac{\delta E}{E} = z$). Le second correspond à la diminution du rythme d'arrivée des photons. Dans un univers quasi stationnaire où le redshift serait du à une cause inconnue, Hubble et Tolman font l'hypothèse que seul le premier effet intervient, le second étant nul. Cette hypothèse fonde leur construction de critères discriminants sur la nature du redshift.

8. n'oublions pas que les satellites n'existent pas encore !

9. c'est à dire dont la luminosité est plus forte

le système de coordonnées r, θ, ϕ et la métrique utilisés par Hubble et Tolman, donné par la formule que nous écrirons ici comme :

$$dN = \alpha \frac{4\pi r^2 dr}{R_0^3 \sqrt{1 - \frac{r^2}{R_0^2}}} \tag{4.4}$$

α étant une constante sans dimension. Pour calculer $N(m_p)$, Hubble et Tolman utilisent la relation liant la distance r, la magnitude photographique m_p, le redshift z et la magnitude bolométrique absolue d'une galaxie M, relation exprimant la manière dont la luminosité perçue sur la plaque photographique décroit lorsque la distance devient de plus en plus grande. Cette relation s'écrit :

$$\log r = 0.2[m_p - \Delta(z) - M] + 1 \tag{4.5}$$

$$\text{avec : } \Delta(z) = n \log(1+z) + K(z) \tag{4.6}$$

où le coefficient n vaut 5 dans le cas du redshift s'expliquant par l'expansion, et 2.5 dans le cas d'un univers stationnaire et d'un redshift de cause inconnue. Si toutes les galaxies étaient identiques, avec même magnitude absolue et même spectre lumineux intrinsèque, donc même fonction "K-correction" $K(z)$, les formules précédentes établirait un lien direct entre la distance magnitude apparente, puisque z est aussi fonction de r. Par intégration, on obtiendrait ainsi $N(m_p)$ avec comme paramètres la constante de Hubble $H - 0$ et la courbure $\frac{1}{R^2}$, avec une dépendance à la magnitude absolue des galaxies et leur spectre commun. Mais dans leur calcul, Hubble et Tolman ont voulu tenir compte d'une dispersion possible des magnitudes absolues, avec une distribution gaussienne de moyenne M_o et d'écart type σ. A l'issue de leur calcul, ils aboutissent à une formule approchée de $N(m_p)$ donnée par :

$$\log N(m_p) = 0.6(m_p - \Delta(z)) + F(\frac{r}{R_0}) + Const. \tag{4.7}$$

Dans cette formule, z et r sont respectivement le redshift et la distance que doivent avoir, pour apparaître à l'observateur avec la magnitude m_p, une galaxie dont la magnitude absolue serait de $M_o - 1.3818\sigma^2$; donc plus brillante [10] que la moyenne des galaxies dès lors que l'écart type n'est pas négligeable. F est une fonction qui s'annule lorsque r tend vers 0 (objets proches) ou lorsque le rayon R de l'Univers tend vers l'infini. Elle disparait donc si la courbure est nulle (Univers Euclidien) .

4.1.2 Tentatives d'application : modèles invraisemblables ou nouvelle physique ?

Dans leur article de 1935, Hubble et Tolman font état des travaux en cours visant à appliquer les méthodes proposées. Ils manifestent aussi une grande prudence dans l'interprétation des premiers résultats. Ils espèrent par contre que de nouvelles études sur les données existantes, la mise en oeuvre de nouveaux programmes d'observations au Mont Wilson et les performances attendues du futur télescope de 200 pouces (5.08 mètres) en projet au mont Palomar pourront apporter des conclusions définitives sur cette question de la nature du redshfit des nébuleuses.

La méthode basée sur la relation entre la magnitude photographique et la répartition de la luminosité sur l'image de la nébuleuse ne leur parait pas une voie immédiatement prometteuse ; à la distance qu'il faudrait atteindre pour que l'effet du redshift soit notable, les télescopes disponibles fournissent des images trop fines pour que l'on puisse réellement confronter observations et théories, et donc essayer de trancher en faveur de l'une ou l'autre version. C'est donc vers le décompte des nébuleuses plus brillantes qu'un seuil de luminosité donné, et la variation du résultat de ce décompte lorsque ce seuil est abaissé à des valeurs de plus en plus faible (grandes valeurs de la magnitude photographique m_p), que leur commentaires et leur espérances vont d'abord s'orienter.

10. et donc visible de plus loin

A l'époque cinq relevés de galaxies sont disponibles pour de tels décomptes, et ont déjà servi de base à des travaux en ce sens ; ces cinq relevés fournissent des décomptes du nombre de galaxies par degré carré, les seuils limites de magnitudes photographiques m_p étant respectivement de 18.5, 19.0,19.4, 20.0 et 21.0 ; les redshifts correspondants - estimés car non observables, à ce niveau de luminosité apparente trop faible, avec les moyens de l'époque - s'étagent entre 0.086 et 0.230. Hubble et Tolman dressent d'abord un tableau des difficultés rencontrées dans l'évaluation de toutes les variables et paramètres entrant dans la relation $N(m_p)$, et des incertitudes qui en résultent.

Ils avancent cependant de premières constatations. La fonction $N(m_p)$ observée, que nous noterons désormais simplement $N(m)$, montre clairement un écart à celle qui prévaudrait dans un univers homogène sans redshift : pour une magnitude limite m donnée, le nombre de galaxies est plus faible qu'attendu si le redshift des galaxies était inexistant et donc ne réduisait pas leur luminosité apparente. Pour retrouver dans cet univers hypothétique sans redshift le même effectif $N(m)$, il faut appliquer à la magnitude m une "correction" Δ allant dans le sens d'une luminosité limite plus forte [11]. Confronté à celle apparaissant dans la formule 4.6 cette correction empirique Δ est compatible avec l'hypothèse d'un univers stationnaire de courbure négligeable avec un redshift de cause inconnue (Fonction F nulle, $n = 2.5$ dans la formule 4.6). La compatibilité avec l'hypothèse d'un redshift lié à l'expansion de l'univers peut aussi être défendue, mais la formule 4.6 avec $n = 5$ et F nulle conduit à une valeur de la correction supérieure à celle empiriquement observée. Cet excès peut être compensé par une valeur positive de la fonction F, assurée par la courbure d'un univers fermé de rayon relativement petit.

La discussion est reprise et précisée dans deux articles de 1936 signés par Hubble seul [17, 18]. Les ajustements effectués sur les décomptes des cinq relevés, joints à une reformulation de la relation redshift-magnitude établie par ailleurs, aboutissent à une expression empirique $\Delta(z)$ de la correction en fonction du redshift. La confrontation avec la formule 4.6 et avec les équations d'un univers relativiste homogène conduit Hubble, pour conserver la compatibilité avec un univers en expansion, à donner à cet univers une courbure positive, un rayon actuel de 0.47 milliards d'années lumière, une densité moyenne actuelle de 10^{-26} grammes par centimètres cube et une expansion décélérée où l'univers passe en un temps étonnamment court d'un certain état singulier à l'état actuel pour prendre au bout d'un temps infini l'état d'un univers vide de type de Sitter. De telles valeurs posent bien sûr question : en premier la taille de cet univers fermé apparait du même ordre que celui de la portée des télescopes alors disponibles ou en projet, si bien que ces télescopes pourraient déjà couvrir une grande part de l'Univers observable ! ensuite, la densité obtenue - 10^{-26}, est supérieure, de plusieurs ordres de grandeur, à celle calculable à partir des estimations alors faites de la masse moyenne des galaxies. Cette différence amène à supposer l'existence - hors galaxies - d'une matière non visible, dont il est difficile d'imaginer ce qu'elle pourrait être, car sa densité entre en contradiction avec le niveau d'absorption de l'espace intergalactique évalué en magnitude à moins de 0.1 pour les plus lointaines galaxies prises en compte.

Dans ces conclusions, Hubble évoque ces contradictions, et le dilemme dans lequel se trouve à son avis la cosmologie :

1. adopter un modèle d'univers quasi stationnaire donnant aux observations une explication simple, avec des ajustements mettant en jeu un minimum de paramètres ; conforme par ailleurs à l'intuition que l'on pouvait avoir spontanément d'un univers d'une taille excédent largement les possibilités d'observation alors disponibles, et existant depuis fort longtemps ; mais exigeant peut-être en contre-partie une "nouvelle physique" pour

11. Pour préciser, désignons par $\bar{N}(m) = 0.6m + Const$ le nombre de galaxies dont la valeur de magnitude photographique serait inférieure ou égale à m, *sous la condition d'une distribution uniforme mais avec un effet redshfit absent* ; l'observation confirme que $N(m) < \bar{N}(m)$; la correction Δ se définit par $\bar{N}(m - \Delta) = N(m)$. Elle est fonction de m

rendre compte du redshift ;

2. adopter le modèle relativiste d'un univers en expansion, donnant au redshift une explication naturelle, mais dont l'ajustement aux observations conduit à une taille et une dynamique paraissant invraisemblable.

Il termine en espérant que les prochains moyens d'observations résoudront ce dilemme rapidement.

4.1.3 Pour comprendre la critique de McVittie, retour sur l'analyse de Hubble

Pour comprendre la critique portée par le mathématicien et cosmologiste McVittie (1904-1988), critique développée en 1937 dans deux articles [33, 32], il faut revenir plus en détail sur le raisonnement de Hubble. Hubble ajuste trois relations sur des données issues de différents relevés de galaxies, galaxies considérées cependant comme relativement semblables du point de vue de leur magnitude absolue et leur spectre :

$$\begin{aligned} \log N(m) &= 0.6(m - \Delta_o(m)) - Y & (4.8)\\ \log \Delta_o(m) &= 0.2(m - \Delta_o(m)) - Z & (4.9)\\ \log z &= 0.2(m - \Delta_c(z)) - X & (4.10) \end{aligned}$$

relations auxquelles il faut adjoindre celle donnant la distance r en fonction de la magnitude, soit

$$\log r = 0.2(m - \Delta_c(z)) + C \qquad (4.11)$$

La constante C étant connue, calculée à partir d'une estimation de la distribution de la magnitude absolue des galaxies prises en compte. Cette dernière relation *définit* l'échelle de distance valable dans chacun des deux scénarios d'univers qui vont être comparés.

Les ajustements sur les deux premières relations, 4.8 et 4.9, fournissent pour Hubble la "correction" empirique $\Delta_o(m)$ qu'il faut appliquer à la magnitude photographique pour disposer d'une relation $N(m)$ conforme à l'hypothèse d'une distribution uniforme des galaxies dans l'espace, en compensant les effets d'atténuation de la luminosité dus au redshift. Dans ce couple de relations, la seconde relation, 4.9, s'appuie sur l'hypothèse que cette correction est proportionnelle à la distance r. Lorsqu'on compare les deux relations aux relations théoriques 4.7, 4.6, on constate que Hubble suppose implicitement que l'effet courbure, matérialisé dans la fonction $F(\frac{r}{R_0})$, est nul ou négligeable.

L'estimation des constantes Y et Z - et de leur degré d'approximation, est faite à partir d'un calcul itératif opérant sur les décomptes d'effectifs effectués sur les cinq relevés déjà mentionnés, dont les magnitudes limites s'échelonnent, rappelons le, entre 18.5 et 21 ; cette estimation s'avère compatible avec les données d'autres relevés concernant des galaxies plus proches et donc plus brillantes.

La troisième relation est le prolongement des travaux initiés par Hubble en 1929, autour de la relation entre le redshift des galaxies et leur distance. Dans un article de 1936 [19], Hubble étudie en détail la relation entre le logarithme du redshift et la magnitude apparente, à partir d'observations actualisées. Dans l'analyse de ces données, il lui faut appliquer aux magnitudes apparentes observées la correction nécessaire pour éliminer les effets du redshift. Il pose alors *a priori* que cette correction est approximativement proportionnelle au redshift, avec $\Delta_c(z) = 3z$. Cette proportionnalité est la conséquence de deux éléments : d'abord l'hypothèse par défaut d'un univers statique, à partir de laquelle il applique la formule 4.6 avec $n = 2.5$; ensuite, pour calculer la "K-correction" $K(z)$, une hypothèse sur le spectre moyen des galaxies prises en compte, considéré comme le spectre d'un corps noir d'une température de $6000°$. Après application de cette correction $\Delta_c(z) = 3z$, l'ajustement linéaire sur un certain corpus de 109 galaxies de redshifts connus [12]et dont les magnitudes apparentes s'échelonnent entre 11 et 18 s'avère satisfaisant et fournit avec leur degré d'approximation le coefficient de la régression linéaire 0.2 et la valeur de la constante X. Le fait que ce coefficient soit, au degré d'approximation près, égal à 0.2, confirme, sur cette plage d'observations, *une relation linéaire entre redshift et distance*. La soustraction des deux relations 4.10 et 4.11 donne en effet immédiatement

$$z = 10^{-X-C} r \tag{4.12}$$

soit, avec les valeurs obtenues pour X et C, z=1.83 $10^{-3}r$ avec r en megaparsecs. Cela correspondrait à une valeur de la constante de Hubble de l'ordre de 540 km par seconde et par megaparsecs ; en réalité, Hubble calcule le coefficient de proportionnalité par une méthode plus subtile, en calculant le rapport, sur les galaxies concernées, entre la moyenne du redshift et la moyenne des distances, assorti de diverses corrections ; il aboutit à $z = 1.75r$, soit H_0 égal à 525 km par seconde et par megaparsecs, qui est la valeur admise à l'époque.

Ces deux opérations d'ajustement, qui déterminent empiriquement les constantes Y, Z d'une part, et X d'autre part, ont été effectués *indépendamment* sur des populations de galaxies similaires mais dont les magnitudes *ne se recoupent pas*, comme le rappelle leur plages respectives ($18-21$, pour les premières, $11-18$ pour les secondes). Leur prise en compte commune suppose donc une extrapolation, sur l'échelle des magnitudes apparentes, donc des distances et des redshifts. Par ailleurs, c'est logique de sa part, Hubble fait l'hypothèse que, pour une galaxie à la limite la plus lointaine de chaque relevé, de magnitude m et de redshfit z, les deux corrections de magnitude, celle, $\Delta_o(m)$, utilisée pour les effectifs et celle, $\Delta_c(z)$, utilisée pour le redshfit, *sont identiques* : $\Delta_o(m) = \Delta_c(z)$. Il lui faut bien sûr vérifier la cohérence de cette identité avec les résultats de ses deux opérations indépendantes d'ajustement. Pour ce faire, il soustrait les deux formules 4.9 et 4.10 en prenant $\Delta_o(m) = \Delta_c(z)$, ce qui l'amène à :

$$\log \Delta_o(m) - \log z = -Z + X \tag{4.13}$$

soit, avec les valeurs obtenues pour Z et X, $\Delta_o(m) = 2.94z$, très proche de la valeur "calculée" $\Delta_c(z) = 3z$. Cette cohérence ne peut que conforter ses choix, et conforter du même coup son option en faveur d'un univers statique sans courbure avec un redshift de cause inconnue.

Mais, on l'a vu, Hubble envisage aussi l'hypothèse d'un redshift expliqué par l'expansion ; la correction qu'il doit apporter à la magnitude dans la relation redshift/magnitude est toujours calculée à partir de la formule 4.6, le coefficient n étant cette fois ci égale à 5. Dans ces conditions, avec les mêmes hypothèses sur la couleur des galaxies et l'estimation de $K(z)$ qui s'en suit, il obtient $\Delta_c(z) = 4z$. Cette modification de la valeur de $\Delta_c(z)$ a plusieurs conséquences.

Tout d'abord, la relation observée entre le logarithme du redshift z et le module de distance reste approximativement linéaire sur des galaxies dont les magnitudes s'échelonnent entre 11 et 18 mais n'est plus compatible avec une relation linéaire entre redshift et distance [13]. Cette relation redshift /distance - ou plus correctement redshift /position spatiale - doit être considérée comme non linéaire, avec une formule au second ordre, avec la distance r en millions de parsecs, s'établissant à

$$z = 1.7510^{-3} r + 2.710^{-6} r^2 + \dots \tag{4.14}$$

Cette introduction d'un terme en r^2 dans la relation entre redshift et position spatiale n'est pas anodine : elle met en cause en effet le scénario d'univers en expansion dans lequel Hubble et Tolman étaient partis initialement, savoir une expansion exponentielle, avec $g(t) = 2at$ (cf formule 4.28, qui donc n'est plus exacte) ; le terme de degré 2 dans le développement de $g(t) = 2(at + bt^2 + \dots)$ ne peut plus être considéré comme nul, sa valeur est précisément l'opposée de celle portant sur r^2 dans l'équation précédente, soit -2.710^{-6} dans les unités choisies : cet univers en expansion est en expansion *décélérée*

12. nébuleuses isolées ("field nebulae") du *Harvard Survey*
13. l'ajustement donne $\log z = 0.2064(m - 4z) - 4.545$ au lieu de $\log z = 0.2(m - 3z) - 4.707$

Mais $\Delta_c(z) = 4z$ a une seconde conséquence importante ; pour une galaxie limite de magnitude m et de redshift z, elle diffère de la correction $\Delta_o(m)$ calculée par ajustement aux données d'effectifs totaux et de magnitudes limites s'étalant entre 18 et 21 des cinq relevés lointains. Substitué à $\Delta_o(m)$ dans la relation effectif/magnitude 4.8 elle introduirait une correction trop forte ; il faut donc la compenser par l'appel à la fonction $F(\frac{r}{R_0})$ de la relation théorique 4.7 : les calculs montrent alors que la courbure n'est plus nulle, l'univers n'est plus euclidien mais sphérique.

Cette compensation que la fonction $F(\frac{r}{R_0})$ se doit d'assurer sur les cinq relevés se définit en effet par l'identité entre la valeur observée de $\log N(m)$ et sa valeur théorique :

$$\log N(m) = 0.6(m - \Delta_o(m)) - Y = 0.6(m - \Delta_c(z)) + F(\frac{r}{R_0}) - Y \tag{4.15}$$

soit

$$\frac{1}{0.6}F(\frac{r}{R_0}) = [\Delta_c(z) - \Delta_o(m)] \tag{4.16}$$

A titre d'exemple, pour le relevé le plus lointain, dont la magnitude limite est $m = 0.21$ et le redshift limite $z = 0.23$, la correction calculée vaut 0.924 et la correction observée 0.676 ; la valeur de $\frac{1}{0.6}F(\frac{r}{R_0})$ devrait donc être de 0.248.

Disposant pour les cinq relevés $i = 1, \ldots, 5$ utilisés dans le calcul des effectifs, des magnitudes limites m^i, des corrections associées $\Delta_o(m^i)$, des relations empiriques établies entre z et m, z et r, Hubble est à même de calculer les valeurs correspondantes des redshfits z^i, les "distances" r^i, et en fin de compte les écarts $\Delta_c(z^i) - \Delta_o(m^i)$. Il ajuste alors le rayon actuel de l'univers R_0 de manière à ce que les différences

$$\frac{1}{0.6}F(\frac{r^i}{R}) - [\Delta_c(z^i) - \Delta_o(m^i)] \tag{4.17}$$

ne soient plus que des résidus minimaux approximativement constants sur les cinq relevés. La valeur obtenue pour ce rayon est celle déjà indiquée, $1.45\ 10^8$ parsecs ou $4.7\ 10^8$ années lumière, ce qui, on conviendra, est étonnamment faible. Le rapprochement de la relation empirique $z(r)$ (développement 4.14) avec la relation théorique d'un univers homogène en expansion conduit ensuite Hubble, avec Tolman, aux valeurs de densité ($\rho = 10^{-26}\ gr/cm^3$), de ralentissement du taux d'expansion et de constante cosmologique, puis à conclure qu'un tel univers bien problématique serait conforme à celui associé au nom de Lemaître.

4.1.4 1937 : la controverse initiée par McVittie et ses développements

McVittie conteste la validité des hypothèses à la base de ce raisonnement et, par là même, ses conclusions. Dans son premier article, il abandonne l'idée des corrections. Il part, pour confronter observations et théorie, des ajustements linéaires "bruts", sans correction, effectués tant sur la relation empirique entre N et m que sur celle entre z et m. Ajustements bruts qu'il reprend d'ailleurs de Hubble lui même, et qui correspondent toujours à deux plages de magnitudes apparentes qui ne se recouvrent pas. Il en déduit une expression empirique de la variation $\frac{dN}{dz}$ de l'effectif des galaxies lorsque le redshfit limite augmente, expression qu'il confronte à l'expression théorique déduite du modèle relativiste d'un univers en expansion, sans se préoccuper d'ailleurs d'une quelconque autre hypothèse. Les équations qu'il applique dans cette confrontation sont celles données par l'astronome et mathématicien anglais William Hunter McCrea (1904-1999), dans un article de 1935 [30]

De la mise en rapport, terme à terme jusqu'au troisième ordre sur la variable z, des développements limités respectifs de ces expressions, McVittie déduit deux contraintes liant les valeurs actuelles du nombre de galaxies par unité de volume, du "rayon" R de l'univers et de ses deux dérivées successives par rapport au temps, vitesse d'expansion et accélération. Posant enfin que la matière de l'univers est *entièrement concentrée dans les galaxies*, et insérant dans ces contraintes la valeur alors admise de la masse moyenne des galaxies et la valeur actuelle également admise du taux d'expansion, McVittie calcule [14] la densité moyenne actuelle de l'univers, puis, successivement, la valeur actuelle du taux d'accélération [15], le signe de la courbure, la valeur actuelle du rayon R et enfin la valeur de la constante cosmologique. Ses conclusions sont à l'opposé de celles de Hubble : L'univers auquel il aboutit à une courbure négative, et est donc infini. La densité est de plusieurs ordres de grandeur plus faible, de l'ordre de 10^{-32} grammes par centimètre cubes, et la constante cosmologique est négative. Par contre, la valeur actuelle du "rayon" R reste faible, de l'ordre du milliard d'années lumière [16], et l'expansion se ralentit.

Hubble va très vite répondre à ce premier article de McVittie, en pointant d'abord une erreur grossière : les relations empiriques avancées par Hubble mobilisent le nombre de galaxies *par degrés carrés*, alors que la relation théorique de McCrea prend en compte le nombre de galaxies sur l'ensemble du ciel. Il s'en suit que, toutes choses égales par ailleurs, la densité calculée par McVittie doit être multipliée par un coefficient de l'ordre de 40.000 ! L'ordre de grandeur de cette densité remonte ainsi à 10^{-28} ; cette valeur reste inférieure à la valeur critique [17] de densité séparant un univers ouvert d'un univers fermé, mais elle en est très proche, d'où bien sûr la grande attention qu'il faut porter à la validité des approximations.

Disposer d'une relation directement observée entre effectifs N et redshfits z serait idéal, mais les techniques de l'époque ne le permettent pas au delà d'une certaine limite ; l'extrapolation de la relation entre redshfits et magnitudes apparentes est bien alors le moyen de prolonger la relation $N(z)$ ou $\frac{dN}{dz}$ au delà de cette limite, mais Hubble conteste qu'elle puisse se faire sans la mise en oeuvre des corrections. Face à cette erreur, qu'il reconnait d'ailleurs immédiatement, et cette critique, McVittie reprend la question en partant bien cette fois ci des relations 4.8, 4.9 et 4.10. Mais il n'identifie pas $\Delta_o(m)$ avec $\Delta_c(z)$; cette démarche le conduit donc à poser :

$$\log N(m) = 0.6(m - \Delta_o(m)) - Y \tag{4.18}$$

$$\log \Delta_o(m) = 0.2(m - \Delta_o(m)) - Z \tag{4.19}$$

$$\log z = 0.2(m - az) - X \tag{4.20}$$

a étant un coefficient proche de 3. Notons qu'en faisant ce choix pour la valeur de a, McVittie a pour seul objectif celui de reprendre tels quels les ajustements empiriques de Hubble ; il ne se réfère nullement à la relation 4.6 donnant la valeur théorique de $\Delta_c(z)$ en fonction du scénario choisi et de la K-Correction $K(z)$. Il considère implicitement que le scénario d'un univers en expansion est tout à fait possible avec une valeur de a autour de 3. La relation $\Delta_o(z) = 10^{X-Z}z = 2.94z$ est, dans ces conditions, une approximation au premier ordre du vrai lien entre la correction Δ_o et le redshift. Suite à quelques calculs, centrés sur l'élimination de la magnitude m pour se focaliser sur la relation $N(z)$, il déduit de ces formules empiriques celle donnant l'accroissement des effectifs $\frac{dN}{dz}$ lorsque le redshift augmente :

$$\frac{dN}{dz} = 12.3\ 10^4\ 10^{3X-Y} z^2 \left[1 + 0.8 \ln 10(a - 10^{X-Z})z\right] \tag{4.21}$$

Comme dans son premier article, McVittie fait l'hypothèse d'une matière intergalactique négligeable. ρ représentant alors la densité actuelle moyenne de l'Univers, et M la masse moyenne d'une galaxie, la formule théorique qu'il reprend de McCrea pour $\frac{dN}{dz}$ s'écrit

$$\frac{dN}{dz} = 4\pi c^2 \frac{\rho}{M} \left(\frac{1}{H_0}\right)^3 z^2 \left[1 + 2\left(2\frac{\ddot{R}_0}{R_0}\left(\frac{1}{H_0}\right)^2 - 1.5\right) z + ...\right] \tag{4.22}$$

14. avec l'hypothèse habituelle d'une pression nulle
15. qui sera en fait un taux de décélération, car négatif
16. mais dans cet univers hyperbolique, cette valeur n'a plus la même signification que dans un univers fermé
17. calculée par Hubble, en confrontant la relation empirique 4.14 entre redshfit et distance avec la relation théorique qu'il reprend de Tolman ; pour mémoire, la valeur trouvée de cette densité critique est de 6.8510^{-28}

où R_0, H_0 et $\ddot{R}_0$ sont les valeurs actuelles du rayon de l'Univers, du taux d'expansion et de l'accélération. L'équation reliant la courbure et la densité, sous l'hypothèse d'une pression nulle, s'écrivant de son coté :

$$2c^2\frac{k}{R_0^2} = \kappa\rho + H_0^2\left(2\frac{\ddot{R}_0}{R_0}\left(\frac{1}{H_0}\right)^2 - 2\right) \tag{4.23}$$

Notons ici que, contrairement à Hubble et Tolman dans leur article de 1935, McVitite ne fait aucune hypothèse sur le signe de la courbure k, considérant donc que l'univers peut être sphérique, hyperbolique ou plat. En confrontant formules empirique et théorique, McVittie peut tirer les conséquences des valeurs données par Hubble pour le taux d'expansion actuel $H_0 = \frac{\dot{R}_0}{R_0}$, les constantes Y, Z, X.

Compte tenu des grandes incertitudes sur la masse des galaxies (entre 2 milliards et 200 milliards de masses solaires, d'après les estimations de l'époque), la confrontation des termes en z^2 entre les formules 4.21 et 4.22 encadre la densité moyenne de l'univers dans une fourchette se situant entre $8.29\ 10^{-31}$ et $8.29\ 10^{-29}$ grammes par centimètres cubes. McVittie étudie alors, dans un premier temps, les conséquence de ce qu'il appelle *la solution de Hubble*, caractérisé par un coefficient a pris égal à 10^{X-Z}, réalisant donc $\Delta_c(z) = \Delta_o(z) = 2.94z$. Dans la formule empirique 4.21, le terme du troisième degré en z s'annule. Transposée dans sa formule théorique 4.22 cette annulation implique que l'équation donnant le signe de la courbure se réduise à :

$$2c^2\frac{k}{R_0^2} = \kappa\rho - 0.5H_0^2. \tag{4.24}$$

Les calculs montrent alors que, quelque soit la valeur de la densité dans la fourchette précédente, *la courbure de l'univers est toujours négative*. Cette conclusion est sans appel pour la valeur basse de densité, mais devient cependant très incertaine pour la valeur haute (200 milliards de masses solaires), avec une très grande valeur R_0, de l'ordre de 19 milliards d'années lumière. On est dans ce cas proche d'un univers spatialement plat, et McVittie se garde en fait de conclure.

Dans le cas général où les termes en z^3 ne sont plus nuls, la formule 4.23 montre que, la densité et le taux d'expansion restant les mêmes, le signe de la courbure dépend de la valeur du taux d'accélération $\frac{\ddot{R}_0}{R_0}$: moins ce taux sera important, moins la courbure a de chance d'être positive. La confrontation des termes en z^3 des formules théorique et empirique montre que ce taux dépend des valeurs de a et de $X - Z$. Avec a pris égal à 3, les incertitudes sur $X - Z$, reprises également de Hubble, entrainent une incertitude sur le taux d'accélération en le plaçant dans la fourchette :

$$0.686\left(H_0^2\right) \leq \frac{\ddot{R}}{R} \leq 0.866\left(H_0^2\right) \tag{4.25}$$

d'où il ressort par ailleurs que ce taux est toujours positif : l'expansion s'accélère. McVittie croise donc les incertitudes sur le taux d'accélération et celles sur la densité pour séparer en fonction de ces deux paramètres les situations de courbure négative et celle de courbure positive. A titre d'exemple, en prenant la densité égale à sa plus forte valeur $8.29\ 10^{-29}$, la courbure devient négative dès que le taux d'accélération est inférieur à $0.76\left(H_0^2\right)$, valeur effectivement très légèrement plus grande que celle de la solution de Hubble - $0.75\left(H_0^2\right)$. Pour une densité seulement de moitié plus petite (masse moyenne des galaxies 100 milliards de masses solaire au lieu de 200), la courbure sera cette fois toujours négative.

4.1.5 Comment comprendre des résultats aussi contradictoires ?

On peut s'étonner qu'utilisant les mêmes données et les mêmes formules théoriques concernant la métrique de l'univers, Hubble et McVittie aient abouti à des conclusions aussi opposées.

Pour éclairer la source de cette divergence, limitons nous au cas particulier de "la solution de Hubble", base empirique commune à la fois au raisonnement de Hubble le conduisant à un univers stationnaire sans courbure et aux calculs de McVittie le conduisant à un univers hyperbolique en expansion. Cette base commune est constituée des trois relations suivantes, récrites ci dessous avec les valeurs numériques données par Hubble, les distances étant données en mégaparsecs :

$$\log N = 0.6[m - 2.94z] - 9.052 \quad (4.26)$$
$$\log z = 0.2[m - 2.94z] - 4.707 \quad (4.27)$$
$$z = 1.7510^{-3} r \quad (4.28)$$

Dans ces relations N, rappelons le, est, par degré carré dans le ciel, le nombre moyen de galaxies (d'une certaine catégorie) dont la valeur de magnitude apparente est égale ou inférieure à m (donc apparemment plus brillantes). z est le redshift moyen d'une galaxie de la même catégorie ayant la magnitude apparente m. Résumons les conclusions présentées précédemment : Hubble et McVittie partent tous deux d'un univers homogène peuplé de galaxies uniformément réparties dans l'espace dont ni la luminosité absolue moyenne ni les propriétés spectrales intrinsèques ne varient avec la distance.

Pour Hubble, Les relations ci avant, valeurs des coefficients inclues, sont compatibles avec un univers

1. sans courbure ni expansion notables
2. où le redshift des galaxies, proportionnel à leur distance, a une origine inconnue

ce, sous réserve que *la température moyenne* des galaxies prises en compte soit de l'ordre de $6000°$, valeur avancée à l'époque dans plusieurs travaux. A partir de ces conclusions, Hubble se garde d'aller au delà, par exemple de trancher entre la thèse d'un univers "classique" et celle d'un univers relativiste, dont le taux d'expansion et la courbure serait négligeable ou nulle.

Pour McVittie au contraire, ces mêmes relations, avec les mêmes valeurs de coefficients, sont compatibles avec un univers

1. conforme à la Relativité générale appliquée à un univers homogène en expansion [18]
2. où le redshift et son lien avec la distance trouvent leur explication dans l'expansion et son taux.
3. de courbure négative et d'expansion accélérée.
4. dont le rayon de courbure est évalué entre 1 et 6 milliards de parsecs, selon la valeur prise pour la masse moyenne des galaxies ; soit environ entre 4 et 20 milliards d'années lumières

ce, sous réserve que *la masse moyenne* des galaxies soit comprises entre 2 milliards et 200 milliards de masses solaires , fourchette avancée à l'époque. Les limites basses et hautes du rayon de courbure (1 et 6), sont respectivement associées, dans le calcul de McVittie, à ces deux limites, basse et haute, de la masse moyenne.

La source de la divergence semble résider dans les a priori qui conditionnent respectivement les deux interprétations de la solution de Hubble : pour l'univers statique sans courbure, le fait que la température moyenne des galaxies prises en compte soit assez précisément autour de $6000°$; pour l'univers relativiste, en expansion, et avec une courbure négative, le fait que la masse moyenne de ces galaxies soit comprise entre 2 milliards et 200 millards de masses solaires.

18. conformité donc, non seulement sur la métrique, mais aussi sur le lien entre la densité de l'univers et sa dynamique

L' a priori de $6000°$ sur la température[19], de part la précision exigée, parait le plus problématique : par exemple, $500°$ en moins impliquerait déjà que l'effet de courbure, dans la relation liant les effectifs à la magnitude apparente, ne puisse plus être considéré comme nul, et que la courbure à prendre en compte serait alors négative. A l'inverse une température de $7500°$ permettrait une interprétation de la solution de Hubble avec un univers en expansion de courbure négligeable.

Mais la question de la courbure peut aussi questionner l'interprétation donnée par McVittie. En adoptant les relations de la solution de Hubble McVittie supposait lui aussi implicitement l'effet de courbure négligeable sur la gamme des distances mobilisées. Nécessité est donc de porter attention aux valeurs du rayon de courbure actuel auxquels il aboutit. La distance limite du relevé le plus lointain utilisé dans les décomptes est de l'ordre de $\frac{z=0.23}{1.75\ 10^{-3}}$ soit 131 megaparsecs ; le rapport entre cette distance atteinte par les télescopes de l'époque et le rayon de courbure se situe donc[20] dans une fourchette allant de 0.02, pour la limite supérieure du rayon, à 0.11. On conviendra que de tels rapports pouvaient paraître acceptables, en manifestant que la connaissance de l'univers n'en était encore qu'à un niveau très local. De plus, cette valeur maximale du rapport, 0.11, exigerait un effet de courbure, évalué en magnitude, égale à -0.0026 ; soit une valeur très faible comparée à la correction de magnitude à cette distance, $2.94z = 0.676$. L'hypothèse de départ d'un effet de courbure négligeable semble donc légitimé.

C'est donc sur les incertitudes concernant la température, plus largement le spectre intrinsèque des galaxies, et *in fine* sur le calcul du décalage spectral introduit par le redshift - la "K-correction" $K(z)$, que McVittie fait reposer sa contestation du raisonnement et des conclusions de Hubble. Pour l'un comme pour l'autre, les calculs s'appuient sur une K-correction proportionnelle au redshift : $K(z) = \alpha z$. Réexaminant, dans un article de 1938 le raisonnement qu'Hubble effectue dans l'hypothèse d'un univers relativiste en expansion, McVittie montre que la courbure de l'univers, son signe, sa densité, sont très sensibles à la valeur du coefficient de proportionnalité α . Ainsi les conclusions auxquelles Hubble aboutit avec une température de $6000°$ et en conséquence un coefficient α égal à 1.83 - un univers, rappelons un univers sphérique de faible rayon et de forte densité - sont remises en cause, avec le même raisonnement, lorsqu'on adopte une température de $7500°$, associé à $\alpha = 0.83$: les incertitudes affectant les valeurs numériques obtenues par les ajustements font alors que les équations relativistes laissent la courbure et son signe, et donc la densité, largement indéterminées ; l'effet courbure, dont la valeur à la quelle s'accroche, dans le raisonnement de Hubble, l'ensemble des résultats est en effet si faible que rien ne peut être vraiment estimé.

On conçoit alors qu'une méthode indépendante d'hypothèses sur la K-correction, telle que celle proposée par McVittie, puisse être jugée préférable. Toutefois, comme McVittie le fait remarqué lui même, sa méthode repose sur l'hypothèse qu'il n'y a pas d'autres matière dans l'univers que celle que l'on voit, rassemblée dans les galaxies, autrement dit, les termes qu'il emploie méritent d'être notés, qu'il n'y a pas de *dark, invisible matter*. Si cela devait ne pas être le cas, une méthode basée sur une appréciation précise de la K-correction reprendrait alors pleinement ses droits.

19. Hubble donne des arguments en faveur de cette estimation de la température moyenne des galaxies, à partir de statistiques sur leur types spectraux ($T = 5910°$) et leur classes de couleurs ($T = 5140°$). Il en évalue aussi, à partir de différents études les incertitudes, car la "K-correction" $K(z)$ dépend non seulement du type spectral des galaxies, mais aussi du filtre constitué par l'ensemble du dispositif d'observation, des miroirs aux plaques photographiques. Selon lui, cette valeur de $6000°$ peut-être raisonnablement adoptée avec une incertitude de l'ordre de $200°$, plutôt d'ailleurs dans le sens d'une température plus basse

20. en reprenant des valeurs plus précises de R_0

4.2 E.A. Milne : Une alternative à la cosmologie relativiste ?

Hubble envisageait donc que le décalage vers le rouge des galaxies ne soit pas lié à un quelconque mouvement qui éloignerait systématiquement ces galaxies les unes des autres, dans le cadre d'un univers homogène qui alors serait nécessairement en expansion. En 1932, Edward Arthur Milne (1896-1950), un astrophysicien britannique, qui jusqu'alors avait travaillé sur la structure et le fonctionnement des étoiles, proposait [21] une approche nouvelle et originale de la "récession" des galaxies [37]. Originale, car elle conservait l'idée que les galaxies sont bien en mouvement relatif les unes par rapport aux autres, mais inscrivait cette dynamique dans un espace euclidien, en faisant appel à la seule relativité restreinte. La théorie de la relativité générale y était non seulement jugée inutile pour expliquer les observations, mais aussi contestée dans ses concepts. Suite à ces deux premiers articles, Milne reconnait certaines erreurs qui lui avaient été signalées [34] et réponds [35, 36] aux objections qui lui sont adressées [48]. Il élargit son approche, et publie en 1935 son ouvrage majeur, Relativity, Gravitation and World-Structure [38], suivi de plusieurs articles dans lesquels il précise encore ses idées [39], concernant notamment la gravitation et la notion de temps. Milne continuera à défendre et développer ses idées jusqu'à sa mort en 1950. Il reviendra ainsi sur sa conception du temps [43, 40] et de la gravitation [41] et ré-exposera en 1948 [42] l'ensemble de sa théorie dans une mise à jour de son premier livre.

Sous le nom de *Relativité cinématique* [22], la théorie de Milne a suscité un débat passionné, culminant dans les années 1935-1938. Son architecture mathématique aussi bien que ses prises de position épistémologiques et polémiques ont attiré en effet l'attention de la communauté des cosmologistes ; y compris ceux qui, au bout du compte, sont restés ou revenus dans le camp de la relativité générale et dont le nom est attaché, avec ceux de Friedmann et Lemaître, aux équations relativistes d'un univers en expansion, savoir Walker et Robertson. Même si elle est tombée dans l'oubli, la théorie de Milne n'est pas sans avoir eu un écho dans des débats ultérieurs. Et alimenter la réflexion (voir par exemple [3]) de ceux qui, tel H. Bondi et ses collaborateurs défendront dans les années d'après guerre l'idée d'un univers stationnaire. Son examen et celui des critiques qui lui ont été adressées permettent d'approfondir le sens du principe cosmologique et de plusieurs notions, telles celles d'observateurs fondamentaux et de temps cosmique, à la base de la cosmologie relativiste. L'examen de la théorie de Milne est conduit ici en partant de l'article de 1933, socle initial de cette théorie, mais en intégrant les modifications introduites ensuite. L'examen des critiques part de l'article publié par Robertson dès 1933. Il se poursuit par une attention aux développements publiés par le même Robertson en 1935 et 1936 en regard à l'ouvrage de 1935.

4.2.1 Théorie de Milne, 1933 - 1937. Approche technique

Les développements mathématiques de Milne sont difficiles à suivre ; cette difficulté a été soulignée par plusieurs auteurs, par contraste avec l'exposé qu'il fait des principes et des arrière-plans de sa théorie. Une compréhension un peu précise de ces développements est cependant nécessaire, pour juger de l'attention que cette théorie a suscité à l'époque

Les galaxies s'échappant les plus vites sont nécessairement les plus lointaines

Milne part d'une idée simple qui est la suivante : imaginons un amas de galaxies dont l'extension est limitée dans l'espace, galaxies se répartissant en position de façon isotrope autour d'un centre O où nous situerons l'observateur ; cet amas est suffisamment peu dense pour qu'il n'y ait pas d'interactions entre galaxies : l'amas est "ouvert", non lié gravitationnellement. Ces galaxies sont cependant en mouvement. Dans un repère dont l'origine est le centre O par exemple, le mouvement de chacune d'elle est caractérisé par un vecteur vitesse, différent en

21. le premier article de Milne est publié dans *Nature*, sous le titre *World Structure and the Expansion of the Universe*, et ensuite dans *Zeitschrift für Astrophysik*

22. Kinematic Relativity

grandeur et en orientation d'une galaxie à l'autre, mais constant dans le temps. Le mouvement de chaque galaxie est donc rectiligne et uniforme, conforme à la loi newtonnienne du mouvement d'objets soumis à aucune force. Nous pouvons supposer, sans perte de généralité, que la somme des vecteurs vitesse est nulle. Dans ses conditions, l'extension spatiale de l'amas va s'accroitre peu à peu : si l'on attend suffisamment longtemps, les galaxies les plus éloignées du centre O seront celles qui ont la vitesse radiale la plus grande, tout simplement parce que ce sont elles qui ont pu de par cette vitesse radiale élevée parcourir cette grande distance : si une galaxie se trouve à l'instant t_0 à la distance r_0 du centre, et qu'elle se trouve à la distance r à l'instant t, sa vitesse radiale est nécessairement proportionnelle à la distance parcourue :

$$v_r = \frac{r - r_0}{t - t_0} \approx \frac{r}{t} \text{ si } t \gg t_0 \text{ et } r \gg r_0 \tag{4.29}$$

Mais une telle idée, semblant donner à la récession des galaxies, avec une vitesse d'éloignement proportionnelle à la distance, une explication naturelle, ne peut tenir la route que si l'on parvient la rendre compatible avec le postulat d'un univers ou aucun observateur ne peut être dans une position privilégiée ; ce qui pourrait paraître impossible, car un observateur situé au bord de l'amas, par exemple, aura - l'imagine-t-on- une vue de cet amas différente de l'observateur situé au centre ; pour lui l'univers ne sera pas isotrope.

L'univers doit être tel que tous les observateurs puissent en avoir une vision identique

Pour résoudre cette contradiction, Milne va chercher s'il existe des configurations de mouvements associant positions et vitesses, que deux observateurs *puissent voir de la même façon* et ce, *quelque soit leur mouvement relatif l'un par rapport à l'autre* ; par exemple voir distribuées tout autour d'eux de façon isotrope, si bien qu'ils puissent chacun d'eux s'en croire le centre. Toutefois Milne se limite, dans l'article de 1933 et en se justifiant par des développements ultérieurs, à des couples d'observateurs répondant à deux conditions :

1. ces deux observateurs se déplacent en mouvement relatif *uniforme* l'un par rapport à l'autre, avec donc une vitesse relative constante, mais *quelconque*
2. ces deux observateurs se sont rencontrés à un certain moment.

Dans cette recherche, l'appel à la relativité restreinte, mais aussi la convocation d'un certain principe complémentaire qu'il nomme *principe de relativité étendue*[23], et plus tard *principe cosmologique* vont s'avérer essentiels. Dès lors que Milne parvient à montrer, dans le cadre de la relativité restreinte, la possibilité mathématique de ces configurations particulières, l'adoption de ce principe comme structurant la réalité physique impose que ces configurations soient celles qui prévalent dans l'Univers.

Dans son article de 1933, Milne modélise l'univers comme formé d'un continuum dense de "particules" dont les lignes d'univers s'inscrivent dans *l'espace-temps de la relativité restreinte*, l'espace-temps de Minkowski. Dans le référentiel spatial Ox, Oy, Oz d'un observateur, et à une certaine *époque*[24] identifiée par une certaine date t de son temps propre, chacune de ces particules occupe une certaine position spatiale $\vec{r}$ de coordonnées $[x, y, z]$, se déplace avec une vitesse $\vec{v}$ de composantes $[u, v, w]$, et une accélération $\vec{\gamma}$ de composantes $[p, q, r]$. Cet observateur décrit l'univers et sa *cinétique* - c'est à dire l'évolution de la position des particules et de leurs vecteurs vitesse - par deux fonctions :

1. la première, $f(\vec{r}, \vec{v} \mid t)$ est une densité de particules : la densité de particules présentes à l'époque t dans une région élémentaire de "volume" $d\omega$[25], centrée sur la position spatiale

23. Extended Princip of Relativity

24. je reprends ici le terme utilisé par Milne, dont il donne une définition *opérationnelle* : pour Milne, toute grandeur utilisée dans un modèle doit pouvoir être calculée par des observations. Dans un chapitre de son livre de 1935, il spécifie les observations servant à la détermination des coordonnées d'un évènement - position spatiale $\vec{r}$ et époque t. Ce thème tient une place importante dans son discours théorique, et il sera nécessaire d'y revenir. Notons ici que l'époque est une notion *relative*, qui n'a de sens que rapportée à un observateur particulier : c'est un ensemble d'évènements qui pour lui sont "simultanés", mais ce même ensemble d'évènements ne constituera pas une époque pour un autre observateur.

25. région de l'espace (à six dimensions, x, y ,z, u, v, w) couplant positions spatiales et vitesses

$\vec{r}$ et le vecteur vitesse $\vec{v}$. Dans les écrits de Milne, $f(\vec{r}, \vec{v} \mid t)d\omega$ donne ainsi un *nombre de particules*

2. la seconde, $g(\vec{r}, \vec{v}, \mid t)$ donne l'accélération d'une particule présente à l'époque t sur la position spatiale $\vec{r}$ et se déplaçant à cet instant avec le vecteur vitesse $\vec{v}$

On remarque que cette formulation exclue - au moins à ce stade du raisonnement - qu'il puisse y avoir plusieurs accélérations possibles pour une particule présente à l'époque t sur la position $\vec{r}$ avec la vitesse $\vec{v}$; Milne considère que ces particules, dont les accélérations sont déterminées à chaque époque par leurs seules positions et vitesses, sont en *chute libre* ; elles ne sont soumises à aucune autre force que celles d'un champ gravitationnel. Il pense, on va le voir, pouvoir établir l'expression des fonctions $f(\vec{r}, \vec{v} \mid t)$ et $g(\vec{r}, \vec{v}, \mid t)$ par des considérations purement cinématiques, à partir du principe cosmologique ; cela le conduit à affirmer qu'il tient les prémices d'une théorie de la gravitation, alternative à celle d'Einstein. En effet la fonction $g(\vec{r}, \vec{v}, \mid t)$ donne la loi du mouvement de chacune des particules présentes dans cet univers, et donc leur distribution dans l'espace des positions et des vecteurs vitesse à une époque postérieure $t + \Delta t$. Ces particules sont en effet permanentes, elles persistent dans le temps sans disparaître : les fonctions $f(\vec{r}, \vec{v} \mid t)$ et $g(\vec{r}, \vec{v}, \mid t)$ - donc la distribution de matière et la loi de son mouvement - sont nécessairement en relation.

Pour établir les expressions des fonctions f et g Milne considère donc un couple d'observateurs répondant aux conditions énoncées ci avant, nommons les A_1 et A_2. Chacun de ces observateurs repère les évènements de l'univers avec sa propre horloge [26] et son propre référentiel spatial cartésien O_ix_i, O_iy_i, O_iz_i dont il occupe constamment l'origine $x_i = y_i = z_i = 0$. Et pour chacun d'eux, la date $t_i = 0$ de leur temps propre marque la date de la rencontre mutuelle. Une particule donnée, prise *au même moment* sera décrite par les deux observateurs A_1 et A_2 respectivement par $[\vec{r}_1, \vec{v}_1, t_1, \vec{\gamma}_1]$ et $[\vec{r}_2, \vec{v}_2, t_2, \vec{\gamma}_2]$ [27] . Le passage de l'une des descriptions à l'autre ($[\vec{r}_1, \vec{v}_1, t_1, \vec{\gamma}_1] \Leftrightarrow [\vec{r}_2, \vec{v}_2, t_2, \vec{\gamma}_2]$) s'effectue à l'aide des transformations de Lorentz de la Relativité restreinte [28]

Milne recherche alors quelles doivent être les fonctions f et g pour que leur expression mathématique reste inchangée dans ces transformations, donnant ainsi à chacun des deux observateurs (principe cosmologique) une vision formellement identique de l'univers. Plus précisément, f et g doivent répondre aux contraintes suivantes, *quelque soit le mouvement relatif de l'un des observateurs par rapport à l'autre*, et pour toutes les particules et le moment de leur existence,

1. pour f :
$$f(\vec{r}_1, \vec{v}_1, t_1)d\omega_1 = f(\vec{r}_2, \vec{v}_2, t_2)d\omega_2 \tag{4.30}$$
où $d\omega_1$ et $d\omega_2$ notent pour les "volumes" de la région (couplant positons et vitesses) occupée par le *même paquet de particules*, volumes déterminés respectivement pour l'observateur A_1 à l'époque t_1, pour l'observateur A_2, à l'époque t_2 de leurs temps propres [29]. Cette équation signifie simplement que les deux observateurs dénombrent bien le même nombre de particules dans ce paquet, chacun avec la même expression mathématique de la densité.

26. nous reviendrons plus loin sur la conception, chez Milne, des notions d'horloge et de temps ; pour le moment nous gardons l'idée d'observateurs équipés d'horloges de facture matérielle identique, marquant pour chacun leur temps propre au sens d'Einstein

27. notons que Milne reprend ici la notion d'*évènement* chère à Einstein : l'univers, dans son extension spatio-temporelle, est un continuum *d'évènements*, dont l'existence est réelle, indépendante du repérage qu'en font les observateurs ; les évènements sont ici les états successifs des différentes particules, états qui seront décrits par les deux observateurs par les composantes des vecteurs positions, vitesse et accélération associées à une date t_i ($i = 1, 2$) dans leurs référentiels respectifs

28. plus exactement un sous-groupe de ces transformations, celles qui laissent invariantes les coordonnées de la rencontre des deux observateurs dans leur référentiels respectifs.

29. pour la détermination de la fonction f, ce qui compte en fait c'est le rapport entre ces deux volumes. Milne calcule ce rapport par des raisonnements - et en s'appuyant sur les transformations de Lorentz - qui diffèrent d'une publication à l'autre, mais aboutissent au même résultat.

2. pour g :
$$\vec{\gamma}_1 = g(\vec{r}_1, \vec{\nu}_1, t_1) \;\; \vec{\gamma}_2 = g(\vec{r}_2, \vec{\nu}_2, t_2) \tag{4.31}$$
Ces équations signifient que les deux observateurs obtiennent, chacun dans son propre référentiel, l'accélération de la particule en utilisant la même expression mathématique.

Milne montre que de telles fonctions existent bien. Leurs expressions se simplifient en utilisant, comme il le propose, certaines grandeurs auxiliaires construites à partir de $[\vec{r}, \vec{\nu}, t]$ [30] et de la vitesse de la lumière c. Ces grandeurs auxiliaires sont les suivantes :
$$X = t^2 - \frac{\vec{r}.\vec{r}}{c^2} \;\; Y = 1 - \frac{\vec{\nu}.\vec{\nu}}{c^2} \;\; Z = t - \frac{\vec{r}.\vec{\nu}}{c^2} \;\; \xi = \frac{Z^2}{XY} \tag{4.32}$$
Les calculs conduisent aux expressions suivantes des fonctions f et g, expressions communes, dans leurs référentiels respectifs, aux deux observateurs :
$$f(\vec{r}, \vec{\nu} \mid t) = \frac{\psi(\xi)}{c^6 X^{\frac{3}{2}} Y^{\frac{5}{2}}} \tag{4.33}$$
$$g(\vec{r}, \vec{\nu} \mid t) = [\vec{r} - \vec{\nu} t] \frac{Y}{X} G(\xi) \tag{4.34}$$
$$G(\xi) = -1 - C[(\xi - 1)^{\frac{3}{2}} \psi(\xi)]^{-1} \tag{4.35}$$
La grandeur Y est une grandeur classique sans dimension de la Relativité Restreinte [31]. La grandeur Z a la dimension d'un temps. Toutes deux sont covariantes dans les transformations de Lorentz. X à la dimension d'un temps au carré. Enfin la grandeur ξ, rapport entre deux temps au carré, est elle aussi sans dimension. X comme ξ sont invariantes dans les transformations de Lorentz, c'est à dire qu'elles ont la même valeur numérique chez les deux observateurs, pour la même particule prise au même moment.

La constante C et la fonction ψ, toutes deux sans dimension, sont identiques pour les deux observateurs. Elles restent à ce stade indéterminées ; dans son article de 1933, Milne avait cru pourvoir démonter que la fonction G était constamment nulle : toutes les particules de l'univers se déplaçaient donc sans accélération, en droite ligne, et la fonction ψ intervenant dans la densité était connue à une constante près. Il n'en était rien, comme il l'a admis très vite. Notons ici également un point important des formules de Milne [32], savoir l'absence de l'intervention explicite du temps t dans l'expression de la fonction ψ, savoir $\psi(\xi)$ et non $\psi(\xi, X)$, forme qui elle aussi serait invariante d'un observateur à l'autre. Milne justifie cette absence par la non-existence d'une constante fondamentale ou d'une grandeur invariante [33], de la dimension d'une fréquence, appelons la α, constante ou grandeur qui pourrait pour ainsi dire "adimensionaliser" l'intervention du temps, par le biais d'une formule du type $\psi(\xi, \alpha^2 X)$.

Milne tire de ces formules, associées à quelques conjectures complémentaires sur les propriétés de le fonction ψ, une théorie cosmologique rendant compte de l'existence des nébuleuses extragalactiques, de leur "récession" selon la loi de Hubble, voire de leur structure interne. Une théorie qui, de plus, apporte un éclairage sur la gravitation, en en faisant une propriété "obligée" de l'univers, résultant par *déduction* du principe cosmologique, par le biais des seules cinématiques possibles. Mais avant de l'examiner, il est nécessaire de revenir sur cet appel à cette notion d'observateurs.

Le continuum des observateurs

Dans les développements précédents, appel a été fait, en suivant Milne, à un couple d'observateurs en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre et s'étant rencontrés à un certain

30. nous abandonnons ici la référence à l'indice désignant l'observateur, inutile puisque la forme mathématique recherchée des expressions est commune à tous les deux

31. strictement positive, la vitesse d'une particule ne pouvant atteindre la vitesse de la lumière, et inférieure ou égale à 1

32. fortement discuté par Robertson

33. invariante dans les transformations de Lorentz

moment ; ces développements ont déterminé les configurations cinétiques de l'Univers pouvant être décrites mathématiquement de la même façon - par les mêmes expressions fonctionnelles - par ces deux observateurs, quelque soit leur vitesse relative mutuelle. Il est clair que cette forme mathématique commune sera partagée par tous les observateurs partageant les deux propriétés

1. de s'être *tous* rencontrés au même moment
2. d'être *tous* en mouvement uniforme les uns par rapport aux autres, chacun d'eux voyant, dans son propre référentiel, les autres *s'éloigner* de lui en droite ligne, au fur et à mesure que son temps propre s'écoule, avec une vitesse particulière.

Milne appelle ces observateurs les *observateurs fondamentaux*, portés par des *particules fondamentales* qui seront les galaxies. Il suppose a priori qu'à l'instant de la rencontre, l'ensemble de ces observateurs forme un continuum infini occupant - dans le référentiel de l'un quelconque d'entre eux - toutes les directions possibles et toutes les vitesses possibles $\nu < c$. Vitesses qui resteront ensuite constantes, chaque observateur, après la rencontre, poursuivant sa route dans un mouvement rectiligne uniforme. Sous de telles conditions, sur une position $\vec{r}$ à l'époque t du référentiel d'un certain observateur, appelons le observateur de référence, ne peut être présent qu'un seul (autre) observateur, avec un vecteur vitesse $\vec{\nu}$ nécessairement égale à $\frac{\vec{r}}{t}$. Il était alors naturel - toujours en vertu du même principe cosmologique - de se demander quelles étaient les distributions des vitesses $\sigma(\vec{\nu})$ assurant que chacun des observateurs puissent les décrire par une formule mathématique identique. Par des calculs du même type[34], il montre que ces distributions existent bien et ont pour forme - en reprenant les notations introduites précédemment)

$$\sigma(\vec{\nu}) = \frac{A}{c^3 Y^2} \tag{4.36}$$

La densité spatiale des observateurs présents à l'instant t sur la position $\vec{r}$ dans le référentiel du même observateur de référence, s'en déduit par

$$\rho(\vec{r} \mid t) = \frac{At}{c^3 X^2} \tag{4.37}$$

expression que l'on vérifie bien identique, elle aussi, lorsque l'on passe d'un observateur à l'autre.

Les observateurs sont pérennes, et leurs trajectoires sont continues ; et contrairement au modèle "statistique" de l'univers décrit précédemment, à chaque époque t sur chaque position $\vec{r}$ ne passe qu'une seule trajectoire. La cinétique de ce "fluide" d'observateurs est donc décrite par l'équation classique de l'hydrodynamique[35] assurant ces propriétés de conservation et de continuité.

Dans son article de 1933, il cherchera à démontrer que la seule solution de cette équation compatible avec les transformations de Lorentz et satisfaisant à son principe cosmologique est précisément celle où tous les observateurs paraissent s'éloigner radialement, dans le référentiel de chacun d'eux, avec des vitesses $\vec{\nu} = \frac{\vec{r}}{t}$ - donc d'autant plus vite qu'elles sont plus éloignées, avec des distributions de vitesses et de densités obéissant aux formules 4.36 et 4.37 çi dessus. Mais sa démonstration reste inachevée. Concernant la relation $\vec{\nu} = \frac{\vec{r}}{t}$, il écrit par exemple " I do not claim i have constructed a rigorous proof " et ajoute que cette relation est "an exact solution of the problem and presumably the only one". Concernant la formule 4.37 donnant la densité, après avoir montré que cette densité est fonction de X, il la justifie par des considérations de dimension[36], puis, au cas où le lecteur ne serait pas totalement convaincu (sic), par une déduction mathématique utilisant la relation des vitesses, supposée entièrement démontrée. Mais, au bout du compte, cette intuition s'avèrera juste, comme le démontrera très simplement Robertson en s'appuyant sur des notions mathématiques plus élaborées.

34. résolution d'équations fonctionnelles dans lesquelles interviennent les transformations de Lorentz
35. Milne dit qu'il préfèrerait le terme d'hydrocinétique
36. non-existence supposée d'une constante fondamentale de la dimension d'une fréquence, déjà utilisée pour justifier l'expression de la fonction $\psi(\xi)$ du modèle statistique

Les deux échelles de l'univers Milnien

Les deux modèles présentés dans l'article de 1933, savoir le modèle "statistique" des formules 4.34 et d'une part et le modèle "hydrodynamique" des formules 4.36 et 4.37 d'autre part, se devaient être raccordées dans une conception globale de la structure de l'univers. C'est ce que Milne s'efforce de faire au cours des différentes publications déjà citées. Le principe du raccord est simple, et rappelle celui utilisé en physique statistique lorsque l'on passe de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique. En bref, dans la conception avancée par Milne, l'échelle du premier modèle est, rapidement dit pour donner une idée concrète, celle du mouvement des étoiles ; l'échelle du second modèle est celle du mouvement des galaxies [37].

Milne laisse cependant un grand flou sur la nature physique des particules du modèle statistique : depuis les étoiles voire les amas d'étoiles, jusqu'aux atomes voire aux électrons, en passant par les nuages de gaz et de poussière ; en bref tout ce qui est à une échelle inférieure aux galaxies. C'est pourquoi, dans la suite du texte, je préfèrerai souvent employer le terme de *particule élémentaire* ou plus simplement de *particule*, pour désigner les particules du modèle statistique, pour les différencier des *particules fondamentales ou galaxies*, supportant les observateurs et désignant celles du modèle hydrodynamique.

Encore faut-il que les équations du modèle statistique conduisent par elles mêmes à cette agrégation spatiale de l'ensemble des particules et à un certain maintien au cours du temps de ces agrégats - les galaxies. Autrement dit assurent le passage entre le "microscopique" et le "macroscopique". Répondre à cette question conduit à sélectionner dans le modèle statistique les particules présentes à un certaine époque t au voisinage d'une position $\vec{r}$ et animées de vitesses proches de $\vec{\nu} = \frac{\vec{r}}{t}$. Ces particules se déplacent à cet instant approximativement dans la même direction, celle de la vitesse $\vec{\nu}$. Mais elles garderons cette direction, elles ne formeront un agrégat suffisamment stable dans le temps que si leurs accélérations sont suffisamment faibles pour ne pas détruire rapidement le mouvement d'ensemble. Si tel est le cas, cet agrégat subsistera au moins un certain temps, animé globalement d'un mouvement l'éloignant radialement de l'observateur, de vitesse constante $\vec{\nu}$, conservant donc dans ce mouvement la relation $\frac{\vec{r}}{t} = \vec{\nu}$ du modèle hydrodynamique.

Hors la formule de l'accélération semble garantir cette propriété . Soit en effet l'une de ces particules, ayant à l'époque t la position $\vec{r} + \delta\vec{r}$ et la vitesse $\vec{\nu} + \delta\vec{\nu}$. Pour cette particule, $Y \approx \frac{X}{t^2}$, $Z \approx \frac{X}{t}$ et $\xi \approx 1$. Son accélération a cette même époque pour valeur approchée :

$$[\delta\vec{r} - \delta\vec{\nu}t]\frac{Y}{X}G(\xi) \approx t^{-2}[\delta\vec{r} - \delta\vec{\nu}t]G(1) \tag{4.38}$$

Cette accélération est effectivement faible voire nulle, dès lors que les écarts $\delta\vec{r}$ et $\delta\vec{\nu}$ sont suffisamment petits. Ceci n'est cependant assuré *que si $G(1)$ a une valeur finie*. Cette condition exige, par le lien établi entre les fonctions $G(\xi)$ et $\psi(\xi)$ - que cette dernière tende vers l'infini lorsque ξ tend vers 1. La conséquence est qu'alors là chaque époque t, dans le modèle statistique, la densité de particules $f(\vec{r}, \vec{\nu} \mid t)$ est d'autant plus grande que la vitesse se rapproche de $\frac{\vec{r}}{t}$; cette densité est même infinie lorsque cette vitesse vaut exactement $\frac{\vec{r}}{t}$. La distribution des positions et des vitesses des particules du modèle statistique est donc loin d'être une distribution homogène : il y a - au bas mot pour laisser de coté le problème du nombre infini - de très fortes concentrations sur les couples position/vitesse vérifant $\vec{\nu} = \frac{\vec{r}}{t}$ du modèle hydrodynamique. Ce dernier est bien une vue "macroscopique", à faible résolution, déterministe, du premier, donnant les lois du mouvement de ces concentrations de particules

37. Il convient ici de faire ici une remarque sur cette différence d'échelle entre les deux modèles. Dans les deux cas Milne parle de particules, et les densités sont des *nombres de particules* par unité de "volume" ; mais la composante spatiale des résolutions utilisées pour ces dénombrements n'est pas la même dans les deux modèles : le dénombrement des galaxies raisonne sur une résolution spatiale beaucoup moins fine que ne le fait le dénombrement des étoiles.

4.2.2 Structure, naissance et destin de l'Univers Milnien

Le raisonnement rapide et informel qui vient d'être présenté fait l'objet chez Milne plusieurs développements mathématiques [38]. Ces développements lui permettent de déterminer les caractéristiques des trajectoires suivies par les particules du modèle statistique. Ces caractéristiques dessinent selon Milne la structure et le destin de l'univers. Résumons en quelques points.

Evènements contemporains et univers observé

Milne insiste sur une distinction entre l'ensemble des évènements *contemporains*, ressortant d'une même époque t déterminée du propre temps d'un observateur(*World-map*) et l'ensemble des évènements *observables* à l'époque t (*world-pictures*). Cette distinction est habituelle en cosmologie relativiste; mais une propriété fait la particularité de l'univers Milnien : *toutes les particules de l'univers* se retrouvent dans l'ensemble des évènements contemporains de cet observateur, en tant que supports de ces évènements; rien n'existe à l'extérieur. La "World-map" à l'époque t est une section de *l'univers entier*, que j'appellerai désormais section contemporaine. Toutes les formules et développements établis précédemment ou plus avant le sont toujours sur ces sections contemporaines. Par exemple, la loi de proportionnalité entre vitesse et distance, la loi de Hubble, est valide sur toute section contemporaine. Un écart à cette proportionnalité, dont Milne donne la formule, se manifeste de façon non-négligeable sur les sections observables, C'est donc cette dernière formule qu'il faut prendre en compte dans la confrontation entre théorie et observations.

1. La section contemporaine de l'univers pour un observateur donné, est, dans le référentiel spatial de cet observateur et à chaque époque t de son propre temps, entièrement contenu dans une sphère de rayon ct. Cette section est donc de volume fini, délimité, dans l'espace euclidien, par la surface d'une sphère. Son volume s'accroit indéfiniment, l'horizon se dilatant au cours du temps à la vitesse de la lumière. La masse de matière incluse dans cette sphère est constante : aucune des particules qui s'y trouve ne franchira jamais l'horizon. Et, dans l'autre sens, les éventuelles particules qui existeraient à l'extérieur à tel instant y resteront à jamais [39].

2. Les sections contemporaines de deux observateurs en mouvement relatif, en tant qu'ensemble d'évènements, ne coïncident pas, mais l'ensemble des particules support est le même, savoir la totalité des particules de l'univers. Au final, il n'existe pas d'évènement de l'univers qui ne puisse être observé tôt ou tard - à un époque plus ou moins lointaine - par un observateur donné; tout observateur aura au bout de compte la même expérience de l'univers, dans sa totalité spatio-temporelle et pourra le décrire mathématiquement de la même façon. C'est l'expression la plus concrète du principe cosmologique.

Pour résumer, l'univers observable Milnien, celui dont un observateur aura au final l'expérience, est *unique* , il ne dépend pas de l'observateur qui le scrute [40]. Il est *complet*, il constitue l'intégralité de tout l'univers.

La question de l'homogénéité

Dans l'univers Milnien, il est clair qu'aucun observateur - tel que Milne les a définit - aucun n'occupe de place privilégiée; aucun ne possède un point de vue spécial. Mais cela ne signifie

38. voir par exemple [38], chapitre VIII, World Trajectories, puis chapitre IX, Construction of statistical systems

39. Pour Milne en effet, ce qui ne sera jamais observable, et qui n'a aucune interaction avec l'en deçà de l'horizon - n'a pas à être l'objet d'une investigation scientifique; cela n'aurait pas de sens, et ce, même si l'on dispose d'équations qui permettraient d'en faire l'analyse. Ainsi écrit-il ([38] page 163) Hence it is immaterial whether it be supposed to exist or not, and so irrelevant to science if a positivist point of view be adopted. Propositions about it can be constructed... but they are fundamentally unverifiable

40. Rappelons cependant qu'une même particule, au même moment de son existence, n'est vue par les différents observateurs, ni au même endroit, ni à la même même époque de leurs référentiels respectifs.

pas que cet univers, considéré par un observateur à l'époque t de son propre temps, soit rempli de façon homogène. Lorsque on prête attention aux formules du modèle hydrodynamique (c'est à dire macroscopique), donc à la densité spatiale des galaxies, on constate que cet univers apparait bien comme isotrope, mais que le nombre de galaxies par unité de volume croit avec la distance et tend vers l'infini lorsqu'on se rapproche de l'horizon. Certes localement, dans l'entourage galactique proche de l'observateur, tant que $\frac{r}{c}$ est petit devant t la répartition spatiale des galaxies est approximativement uniforme, mais il n'en est plus de même lorsqu'on s'éloigne suffisamment. Le dénombrement des galaxies en fonction de la distance, et donc du redshift, peut donc être un critère d'appréciation de la justesse de la théorie Milnienne, dès lors qu'on possède les moyens techniques d'observer suffisamment profond [41].

Le big bang

1. Les trajectoires des particules sont celles de particules libres dans le champ gravitationnel généré par le système entier.
2. Ces trajectoires, lorsqu'on remonte vers le passé, apparaissent toutes issues du même évènement ponctuel, savoir l'évènement originel qui est aussi celui de la rencontre commune des observateurs. Autrement dit, toutes les particules de l'univers semblent, à tous les observateurs, nées au même moment et en un même lieu. Cet évènement originel constitue le "big bang" Milnien. Chaque observateur voit sa propre position comme la source de toutes les particules, émergeant dans l'univers à l'instant $t = 0$ de son propre temps, et dont les trajectoires forment autour de lui un faisceau doté des mêmes propriétés dans toutes les directions.

Les galaxies et la loi de Hubble

1. le sous-ensemble infini des particules ayant toutes lors de l'évènement originel une certaine et même vitesse [42] $\vec{v}$ constitue ce que Milne appelle un sous-système. Les particules de ce sous-système vont s'épandre dans l'espace, chacune d'elles traçant sa propre trajectoire. Toutefois existe un nombre infini de particules de ce sous-système dont l'accélération est nulle ; ces particules vont donc suivre la même trajectoire rectiligne en conservant la vitesse initiale $\vec{v}$; leur position commune à l'instant t étant donc $\vec{r} = \vec{v}t$. Elles constituent ce que Milne appelle un "nucléus", un agrégat qui se conserve au cours du temps, le nucléus d'une galaxie.
2. L'ensemble infini de ces nucléus [43], saisi par un observateur à la même époque t de son temps propre, obéit bien à la loi de Hubble : ces nucléus, et donc les galaxies dont ils forment en quelque sorte le noyau, s'éloignent radialement de l'observateur d'autant plus vite qu'ils sont plus éloignés, avec une vitesse $\vec{v} = \frac{\vec{r}}{t}$.
3. A proximité spatiale d'un nucléus de vitesse $\vec{v}$, à chaque instant, il existe également un très grand nombre de particules du sous-système dont l'accélération est demeurée faible. Ces particules se sont très peu écartées, depuis l'évènement origine, d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v}$. Elles se sont donc maintenues rassemblées dans la galaxie associée au nucléus et peuvent encore être considérées comme appartenant à la galaxie. Toutefois cette appartenance n'est que temporaire : les accélérations non-nulles finiront par jouer leur rôle, en imprimant un mouvement *qui les éloignent* du nucléus. Après un temps plus ou moins long ces particules - ces étoiles - finiront par quitter la galaxie, tout en continuant à appartenir, pour ainsi dire mathématiquement, au sous-système associé. Et le centre du nuage qu'elles forment, qui se disperse dans toutes les directions, restera positionné sur le nucléus près duquel elles étaient au départ.

41. C'est lors de ces considérations, notamment, que Milne transpose les formules de densité et de vitesse des sections contemporaines aux sections observables.

42. mais pas nécessairement, exceptionnellement sur l'évènement originel, la même accélération ; Milne montre que ce sous-ensemble possède trois degrés de liberté, que l'on peut voir comme les trois composantes de l'accélération initiale.

43. lui même à trois degrés de liberté, savoir les trois composants de la vitesse $\vec{v}$

Récession des galaxies, récession des étoiles

Pour chaque observateur, l'univers observable manifeste donc un double mouvement de "récession". Ces deux mouvements ont des origines très différentes [44].

1. Le premier, la récession des galaxies, suit rigoureusement la loi de Hubble : Chaque galaxie s'éloigne radialement à vitesse constante, et cette vitesse est proportionnelle à la distance de la galaxie observée. Ce mouvement est un mouvement "réel" de l'objet dans l'espace, et non la conséquence d'une expansion spatiale au sens de la cosmologie relativiste. Il est mis en évidence par l'effet Doppler de la physique ordinaire. Cette loi du mouvement des galaxies est la même pour toutes les fonctions $\psi(\xi)$ ou $G(\xi)$ que l'ont peut attribuer à l'univers : elle est indépendante de tout effet gravitationnel, n'est que la conséquence logique du principe cosmologique
2. Le second, la récession des étoiles, est un mouvement qui les éloignent peu à peu du nucléus de la galaxie à laquelle elles ont paru appartenir un certain temps. Les modalités de ce mouvement sont dépendantes des fonctions $\psi(\xi)$ ou $G(\xi)$, on peut le voir comme résultant d'un effet gravitationnel exercé sur ces étoiles par l'univers entier. Pour la galaxie hébergeant l'observateur (censé résider dans le nucléus), ce mouvement apparaîtra comme isotrope, les étoiles s'éloignant radialement en accélérant peu à peu, sans qu'il y ait une direction privilégiée. Pour une autre galaxie ce mouvement possèdera un axe de symétrie qui est la ligne de visée joignant l'observateur au nucléus de la galaxie observée.

Les différents objets d'une galaxie

Une galaxie issue du sous-système associé à la vitesse $\vec{v}$ est au final, à tout instant, composée de plusieurs catégories d'objets, disons des étoiles pour faire bref, comme déjà dit. :

1. celles qui sont depuis l'instant origine sur le nucléus et qui y resteront jusqu'à la fin des temps.
2. celles qui sont restées depuis l'instant origine proches du nucléus , s'éloignant du nucléus avec des vitesses encore faibles comparées à $\vec{v}$, et pour lesquelles la valeur de ξ est encore proche de l'unité ;
3. celles dont la vitesse est nettement différente de $\vec{v}$, donc avec une valeur de ξ éloignée de l''unité ; ces étoiles sont issues d'autres sous-systèmes, elles ne sont dans la galaxie que de manière très temporaire, elles la traversent pour se retrouver plus tard dans le milieu intergalactique.

La densité des étoiles des deux premières catégories rassemblées, évaluée sur la position $\vec{r}$ du nucléus avec la vitesse $\vec{v}$ est infinie. La densité des étoiles de la dernière catégorie évaluée sur la même position mais avec des vitesses différentes de $\vec{v}$ est elle, finie. Les deux premières catégories sont "infiniment majoritaires", prépondérantes ; c'est bien elles qui donnent à la galaxie, pour l'observateur, son mouvement de groupe.

Comportement des trajectoires

Cette vision qui vient d'être décrite du contenu d'un galaxie est cependant incomplète, comme il apparait dans les développements effectués par Milne concernant le comportement général des trajectoires des particules du modèle statistique. Il est hors de propos ici d'entrer dans les détails de son raisonnement, de ses conclusions, et de la mention d'observations astronomiques qui pourraient les étayer. Lesquelles occupent entièrement le chapitre XIII (Cosmic clouds) de son livre . Disons en cependant quelques mots. Dans leur fuite les amenant à s'éloigner du nucléus associé au sous-système $\vec{v}$ auquel elles appartiennent, ces particules accélèrent peu à peu, jusqu'à atteindre en un temps fini la vitesse de la lumière. Toutefois cet

44. à l'époque, on se posait la question de l'échelle spatiale à laquelle l'expansion se faisait sentir, en posant qu'elle pouvait éventuellement se manifester à des échelles de l'ordre d'une galaxie, en supplantant l'effet d'attraction gravitationnelle

évènement est infiniment bref[45] c'est une singularité des équations, car aussitôt[46] la particule décélère, et sa trajectoire va tendanciellement se rapprocher de la trajectoire d'un *autre nucléus*, de vitesse $\vec{\nu\prime} \neq \vec{\nu}$. De par son origine, la particule reste attaché à son sous-système initial, mais physiquement, à plus ou moins long terme après avoir atteint la vitesse de la lumière, elle devient membre d'un autre sous-système. Il se produit ainsi des échanges physiques entre sous-systèmes, chacun regagnant ainsi partiellement la matière qu'il a perdu.

Destin de l'Univers, destin des galaxies

Une propriété fondamentale de l'Univers Milnien est que son existence se fonde sur un évènement originel, que l'on peut voir comme sa naissance ; cet évènement originel est daté, dans les horloges des observateurs, par l'instant $t = 0$. Mais si chaque observateur peut parler pour lui-même d'âge de l'univers, égal à la date sur son horloge de l'instant présent, et donc d'âge de sa propre galaxie, on ne peut pour autant pour parler pour l'absolu d'âge de l'Univers : Pour un observateur A_1, quelque soit l'époque t_1 de son temps, aussi tardif soit-il, il existe en effet une infinité d'autres observateurs $A_i \dots$ dont l'état, bien que daté par A_1 à l'époque t_1, est en fait celui d'un tout début d'évolution, tout près de la naissance. Ce sont ceux qui ont, relativement au premier, une vitesse $\vec{\nu}$ proche de celle de la lumière, le rapport des âges respectifs étant $t_i = t_1 Y^{\frac{1}{2}}$. Chacun dans son présent voit l''autre dans son passé, l''écart étant fonction de leur vitesse relative. Ceci est bien sûr tout a fait classique, mais il faudra revenir sur l'attribution de la date d'un évènement chez Milne pour comprendre précisément la spécificité de sa théorie. De la même façon, parler de rayon de l'Univers n'a non plus pas de sens. Peut-on dire que si chaque observateur voit bien l'univers évoluer, L'Univers comme un tout, lui, n'a pas d'Histoire ? C'est ce que semble affirmer Milne quand il écrit " The Universe, if capable of representation by our ideal scheme,....is an ever continuing system, knowing birth but not death ; each limited portion, each nebular system decays, perhaps dies, but the race of nebulae survives for ever".

Dans le schéma théorique de Milne, le nombre de particules fondamentales et le nombre de particules sont tout deux infinis, tout en occupant un volume spatial qui pour chaque observateur est fini. La densité spatiale des particules est également partout infinie, puisqu'à chaque instant $t \neq 0$, autour de chaque position $\vec{r}$, les particules dont la vitesse est autour de $\vec{\nu} = \frac{\vec{r}}{t}$ sont en nombre infini[47]. Par contre, la densité spatiale des agrégats que ces particules forment, les galaxies, est partout finie, bien que tendant vers l'infini lorsqu'on se rapproche de l'horizon $r = ct$. Cette double infinité joue un rôle dans l'absence d'histoire de l'univers comme un tout, puisqu'on l'a vu, pour n'importe quel observateur à n'importe quelle époque il existera toujours des galaxies au tout début de leur existence. Mais qu'en est-il de l'histoire de l'univers, telle que la voit un observateur particulier ?

L'horizon d'un observateur s'élargissant proportionnellement au temps, on peut s'attendre à ce que la densité diminue sur chaque position spatiale, globalement comme l'inverse du cube

45. ce fait pose évidemment un problème, car ces particules sont matérielles, ce ne sont pas des photons. Or une particule matérielle atteignant la vitesse de la lumière a une masse infinie, et Milne ne conteste pas ce point. Mais il défend l'idée que, l'intervalle de temps pendant lequel la particule possède la vitesse c étant nul, la probabilité qu'elle interagisse dans cet état avec un quelconque objet du reste de l'univers est nul ; cet état est inobservable

46. cette seconde partie de la trajectoire est contrôlée par la même loi de mouvement - la formule donnant l'accélération - mais avec un changement de signe du terme $(\xi - 1)^{\frac{1}{2}}$ intervenant $G(\xi)$ (cf. 4.35). Pour justifier l'appel à ce tour de passe-passe mathématique - la racine carrée d'un nombre dans sa définition, pouvant être aussi bien positive que négative - Milne rappelle d'autres inférences sur la réalité physique faites sur des bases purement mathématiques, en citant Dirac par exemple

47. Mais le concept de densité infinie est-il physiquement acceptable ? Sans doute pas davantage que la densité infinie lors de la singularité du "Big Bang", en cosmologie relativiste classique. Milne a réfléchi à la question, sans l'avoir résolue, au moins dans son ouvrage de 1935. Une discrétisation du continuum des particules et des observateurs lui pose en effet problème, car - montre-t-il un espace 3D de particules discrètes n'est pas compatible avec un principe cosmologique parfaitement satisfait. Ce dernier ne peut être dans un univers discret satisfait qu'approximativement, et les conséquences de ces approximations doivent faire l'objet de recherches (cf. [38], pages 280-282)

du temps passé, puisque la masse de matière contenue dans l'univers reste constante. La loi de décroissance est très simple, partout la même entre l'observateur et l'horizon lorsqu'on raisonne en *position relative*[48] indépendante du temps, c'est à dire avec comme mesure de distance le rapport x entre la distance r et le rayon de l'horizon à l'instant t. La formule 4.37 se réécrit en effet :

$$\rho(x \mid t) = \frac{A}{(ct)^3(1-x^2)^2} \tag{4.39}$$

Sur chaque position à la distance relative x par rapport à l'horizon, la densité décroit proportionnellement au même facteur, l'inverse du volume de l'univers. Elle devient nulle au bout d'un temps infini. A cet échelle globale, l'histoire de ce que voit l'observateur est vraiment pauvre, elle se résume à une dilatation de l'espace accompagnée corrélativement d'une diminution uniforme de la densité.

A l'échelle du contenu d'une galaxie et des particules du modèle statistique par contre, il en va différemment. Pour en rendre compte, il suffit de considérer la galaxie de l'observateur, tout se passant de façon équivalente dans les autres galaxies. Certes, dans le modèle théorique au moins, l'observateur va rester entouré de l'infinité de particules constituant le "nucléus". Mais dans son environnement plus large, les particules vont fuir plus ou moins rapidement et de façon isotrope dans toutes les directions. Et en accélérant progressivement. Les calculs de Milne ont montré qu'au bout d'un temps plus ou moins long, des particules issues d'autres galaxies arrivent dans la galaxie pour s'y fixer définitivement. C'est ce que Milne appelle le processus de "dissolution - re-formation" Mais, dans ces échanges, la structure du contenu des galaxies se modifie. Par exemple, certaines des particules qui quittent la galaxie le font à un stade précoce, où les étoiles ne se sont pas encore formées en grand nombre, elles composent alors des nuages de gaz ou de poussières. Ou encore à un stade tardif, et elles peuvent être assimilées à des étoiles. Leurs trajectoires de fuite les font passer par des conditions très particulières (vitesses momentanément proches de la vitesse de la lumière, zones très denses, collisions, ...) Elles s'en retournent vers les galaxies cibles largement transformées. Chaque Galaxie a donc bien une histoire. Globalement, cette histoire, selon Milne, explique dans chaque galaxie la part relative des nuages, la part des "Cosmic clouds". Ainsi écrit-il (cf [38], page 260) "I suggest that the dust-clouds present in and around the galaxies are the products of the arrivals, in the vicinity of nebular nuclei, of particules from other galaxies"

Gravitation

Les calculs de Milne concluent au signe négatif de $G(\xi)$ et le caractère fini - et donc négatif également - de $G(1)$. Ces deux propriétés n'ont donc pas à être imposées en tant que conditions supplémentaires du modèle d'Univers, elles résultent mathématiquement des postulats de départ. La fonction $G(\xi)$ donne la loi de la gravitation, d'où d'ailleurs son nom, et sa valeur restant constamment négative marque le caractère attractif de cette gravitation.

4.2.3 Théorie de Milne : fondements épistémologiques

Pour comprendre les critiques qui vont être adressées à Milne, Il est nécessaire de revenir sur un certain nombre de notions que j'appellerais ici les fondements de sa théorie, exposées notamment dans les premiers chapitres de son livre de 1935.

Retour sur le principe cosmologique

Milne reprend le postulat qui semble communément admis à l'époque : les lois de la physique sont les mêmes en tout lieu et en tout temps, les mêmes donc pour tous les observateurs. L'expression de ces lois peut varier selon le référentiel spatio-temporel choisi par l'observateur. Mais le passage d'une des expressions à l'autre est calculable à partir de la relation mathématique entre les deux référentiels concernés (co-variance, contra-variance) ; et différents

48. l'équivalent des distances co-mobiles en cosmologie relativiste

observateurs peuvent adopter des types de référentiels pour lesquels ces expressions sont les identiques. Mais il ajoute un second postulat : à tous les observateurs *l'ensemble des évènements, l'univers lui même* doit apparaitre *le même* moyennant, pour chacun d'eux, le bon choix du référentiel [49]. Dans l'article de 1933 comme dans son livre en 1935 cependant, Milne restreint ce *même* à la classe des observateurs fondamentaux, en mouvement uniforme les uns par rapport aux autres et s'étant tous rencontrés lors d'un évènement originel. Les transformations entre référentiels sont limitées à un sous-groupe des transformations de Lorentz.

Il faut souligner ici le fait que ce *même* a double signification : un même contenu et une même formulation mathématique. Le contenu matériel, *l'ensemble des particules* est le même pour tous les observateurs, et pour un observateur donné, le même à chaque époque de sa vie. Concernant maintenant le flux des évènements, c'est *le flux total des évènements* dont un observateur va faire l'expérience depuis l'évènement originel jusqu'à la "fin des temps" [50] qui est le même d'un observateur à l'autre. Et non le flux expérimenté jusqu'à un temps t donné. Soit par exemple deux observateurs (fondamentaux) A_1 et A_2 s'éloignant l'un de l'autre avec une vitesse relative ν. Les évènements r_1, t_1 d'une certaine époque t_1 du temps de observateur A_1, pour lesquels $r_1 < \nu t_1$, donc des évènements relativement proches de lui, ne commenceront à figurer dans le flux expérimenté par l'observateur A_2 qu'à partir du temps $t_2 > t_1(1 - \frac{\nu^2}{c^2})$.

Datation et mesure de distance

La conception Milnienne de la date - de l''époque pour reprendre sa terminologie - et de la distance d'un évènement s'appuie sur un parti-pris *d'opérationnalité* : le parti-pris de n'utiliser comme variables à la base d'un modèle physique que des grandeurs mesurables, directement ou indirectement. Et donc d'être même de spécifier les procédés de mesure et les instruments mobilisés. A ce parti-pris, Milne en rajoute un second, en quelque sorte minimaliste : les seuls capacités attribués aux observateurs sont la capacité d'émettre et de recevoir des signaux (électromagnétiques) , de renvoyer à l'émetteur un signal reçu, éventuellement en y insérant une information supplémentaire, et de mesurer des angles permettant de déterminer dans un référentiel spatial local, les directions de ces signaux émis ou reçu. Les instruments à la disposition de chaque observateur sont de ce fait, outre les appareils impliqués par la manipulation des signaux, une horloge donnant les dates d'émission et de réception, et un théodolite pour la mesure des angles.

C'est à l'aide des seules dates lues sur les horloges que Milne définit ce qu'il appelle l'époque et la distance d'un évènement E donné. Un observateur A_1 émet un signal à la date t_1^1 de son horloge, ce signal est réfléchi par l'évènement E et reçu en retour par A_1 à la date t_1^2. L'époque t_1 et la distance r_1 *pour l'observateur* A_1 sont alors *par définition*

$$t_1 = \frac{1}{2}[t_1^2 + t_1^1] \quad r_1 = \frac{1}{2}c[t_1^2 - t_1^1] \tag{4.40}$$

L'époque et la distance du même évènement pour un autre observateur A_2 sont de même

$$t_2 = \frac{1}{2}[t_2^2 + t_2^1] \quad r_2 = \frac{1}{2}c[t_2^2 - t_2^1] \tag{4.41}$$

Le temps des horloges, et la vitesse de la lumière, sont donc ici des notions primordiales. Et, bien sûr, le problème est de caractériser un ensemble d'observateurs et d'horloges associées pour lesquels toutes ces mesures sont d'une certaine façon cohérentes ; c'est à dire que l'on puisse calculer les transformations $[t_1, r_1] \leftrightarrow [t_2, r_2]$ entre les mesures données par deux observateurs quelconques de cet ensemble.

49. not only the laws of nature, but also the events occurring in nature, the world itself, must appear the same to all observers, wherever the be. porvided their space-frames and time-scales are similarly oriented with respect to the events which ae the subject of observation.

50. c'est à dire jusqu'à l'infini de son propre temps

Observateurs équivalents

Le calcul du passage entre les époques et distances $[t_1, r_1]$ et $[t_2, r_2]$ attribuées à un même évènement par deux observateurs A_1 et A_2 implique que soit caractérisé leur mouvement relatif. On pourrait dire, par exemple, qu'ils sont en mouvement relatif uniforme, ou uniformément accéléré. Milne procède d'une manière plus générale, en définissant une *relation d'équivalence*.

Deux observateurs A_1 et A_2 sont dit équivalents si les correspondances entre instant d'émission et instant de réception sont décrites dans les deux sens par la même fonction. Soit $p_{A_2 \leftarrow A_1}$ la fonction reliant l'instant de réception par A_2 à l'instant d'émission par A_1 d'un signal émis par A_1, et $p_{A_1 \leftarrow A_2}$ la fonction mobilisée dans l'autre sens. L'équivalence est réalisée si ces fonctions ont mathématiquement la même expression :

$$p_{A_2 \leftarrow A_1} \equiv p_{A_1 \leftarrow A_2} \equiv p \tag{4.42}$$

Cette propriété à une autre conséquence. Soit deux observateurs s'observant l'un l'autre par la procédure d'échanges de signaux : A_1 émet, à l'instant t_1^1 un signal que l'observateur A_2 reçoit à l'instant t_2^1. Un signal de retour est alors ré-émit immédiatement par A_2 pour être reçu par A_1 à l'instant t_1^2, puis renvoyé immédiatement à A_2 qui le reçoit à l'instant t_2^2. La fonction f_{A_1/A_2} reliant t_1^2 à t_1^1 peut être vue comme la description que l'observateur A_1 fait du mouvement relatif de A_2. Et réciproquement, la fonction f_{A_2/A_1} reliant t_2^2 à t_2^1 comme la description que A_2 fait du mouvement relatif de A_1. Or la condition d'équivalence fait que ces deux fonctions ont la même expression mathématique. Nous avons en effet :

$$f_{A_1/A_2} \equiv p_{A_1 \leftarrow A_2} p_{A_2 \leftarrow A_1} \equiv pp \quad f_{A_2/A_1} \equiv p_{A_2 \leftarrow A_1} p_{A_1 \leftarrow A_2} \equiv pp \tag{4.43}$$

Nous avons par conséquent la même relation entre les instants successifs t_i^2 et t_i^1 pour chacun des deux observateurs.

$$t_1^2 = pp(t_1^1) \quad t_2^2 = pp(t_2^1) \tag{4.44}$$

Ils mobilisent la même fonction dans la description qu'ils font chacun de leur mouvement l'un par rapport à l'autre..

Changement de coordonnées entre observateurs équivalents

La place de la gravitation

4.2.4 Critiques apportées à la théorie de Milne, 1933-1937

Les publications de Milne ont suscitées d'immédiates réactions. Dès 1933 paraissaient un résumé très concis de McVittie [31], suivi de deux articles ayant le même titre, *on Milne' theory of World-Structure*, l'un de Kermack et McCrea [25], l'autre de Robertson [48]. Dans ces deux cas, les auteurs montrent que, loin d'être une alternative aux modèles d'univers de la cosmologie relativiste, les univers Milnien n'en sont - formellement - que des cas particuliers. Le débat tourne alors davantage 1) autour de questions d'interprétation - quelle est, entre deux formalismes mathématiquement équivalents mais suggérant des interprétations différentes, celui dont l'interprétation native se conforme le plus simplement aux phénomènes physiques concernés ; 2) autour de questions d'observations - les observations se conforment-elles à ces cas particuliers.

Cependant cette réduction à un cas particulier de la cosmologie relativiste, auxquels les auteurs cités aboutissent dans un premier temps, ne s'applique exactement qu'au modèle hydrodynamique, celui de la récession des galaxies. Le modèle statistique de Milne se veut décrire le mouvement général de la matière dans l'univers. Il donne simultanément 1) la distribution de cette matière selon les positions spatiales et les vitesses et son évolution dans le temps ; 2) les équations et les comportements des trajectoires de chute libre suivies par les particules élémentaires. Ce modèle est déduit du principe cosmologique, et ne mobilise à priori aucune loi physique de gravitation ; Cette loi devient en quelque sorte secondaire, les propriétés essentielles - l'existence de concentrations galactiques et leur récession - étant déjà démontrées sans lui faire appel. Le seul enjeu de la recherche sur cette loi est de préciser une certaine fonction scalaire $\psi(\xi)$, laquelle n'intervient d'aucune manière dans la métrique de l'espace-temps. Force est de constatée la différence avec un univers controlé par la relativité générale, théorie de la gravitation, et dans laquelle distribution de matière et métrique de l'espace temps s'influencent l'une l'autre. Autre différence, les trajectoires des particules élémentaires de l'univers Milnien ne sont pas, en général, des géodésiques de l'espace-temps relativiste auquel a pu être ramené le modèle hydrodynamique.

Plusieurs chercheurs vont alors poursuivre l'analyse de ces différences et comparer la puissance explicative des deux approches. Tout en reconnaissant plusieurs mérites à celle de Milne : 1) souligner l'intérêt de savoir, dans les propriétés éventuelles de l'Univers, ce qui relève du seul principe cosmologique supposé valide, et ce qui relève des lois de la physique ; 2) Plus largement, à cette époque de fortes interrogations sur la réalité de l'expansion de l'Univers et l'interprétation du redshift, soumettre à discussion une seconde théorie.

Dans ces analyses, ces auteurs vont en quelque sorte "prendre au mot" les bases de la théorie de Milne, en essayant de s'affranchir des restrictions que Milne s'est imposé explicitement ou implicitement. Et ce sont ces extensions qui vont être comparées aux divers modèles de la cosmologie relativiste.

Kermack et McCrea 1933

Kermack et McCrea traitent essentiellement du modèle hydrodynamique, qui pour eux est le seul à satisfaire exactement le principe cosmologique, puisque *tous* les particules-observateurs de ce modèle ont au final la même expérience de l'Univers.

Un des points de départ de leur raisonnement consiste dans le fait que, d'une part, la grandeur $X = t^2 - \frac{\vec{r}\vec{r}}{c^2}$ attaché à un évènement $[\vec{r}, t]$ a, on l'a dit, la dimension d'un temps au carré et que, d'autre part, cette même grandeur aura la même valeur pour tous les observateurs, car invariante dans les transformations de Lorentz en jeu. Dès lors il est tentant d'attribuer à l'évènement considéré une date τ égale à $X^{\frac{1}{2}}$, *date qui sera la même pour tous les observateurs* ; et donc de découper l'univers en sections d'évènements rattachés à la même date τ, sections qui seront elles mêmes communes à tous les observateurs ; une sorte de découpage temporel "absolu", selon ce qu'on pourra alors appelé un *temps cosmique*. Un changement de variables adéquat [51] montre alors que de telles sections ne sont plus des espaces euclidiens, comme l'étaient les espaces des sections contemporaines rattachées à une même époque t, mais des espaces de courbure négative constante, *des espaces hyperboliques*. La métrique de cet espace hyperbolique, exprimée en coordonnées polaires χ, θ, ϕ, où χ est la nouvelle coordonnée de position (remplaçant r) sur la ligne de visée, θ et ϕ les mesures classiques de co-latitude et de longitude, se formule par

$$d\sigma^2 = d\chi^2 + \sinh^2\chi[d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2] \tag{4.45}$$

la métrique de l'espace-temps étant alors

$$ds^2 = c^2d\tau^2 - c^2\tau^2d\sigma^2 \tag{4.46}$$

laquelle est bien un cas particulier des métriques de la cosmologie relativiste d'un univers en expansion, avec un facteur d'échelle - le "rayon" - $R(\tau) = c\tau$ croissant alors proportionnellement au temps cosmique τ. Les lignes d'univers gardant constantes les coordonnées spatiales χ, θ, ϕ, le temps τ seul évoluant, sont dans la représentation Milnienne originelle de l'observateur, les radiales rectilignes de vitesse $\nu = c\tanh\chi = \frac{r}{t}$, soit donc les lignes d'univers des galaxies. Autrement dit, les galaxies Milniennes, dans la nouvelle représentation occupent une position spatiale *fixe* sur un espace hyperbolique dont l'expansion s''effectue à un rythme proportionnel au temps. On retrouve l'image classique d'un univers en expansion en cosmologie

51. t = $\tau\cosh\chi, r = c\tau\sinh\chi$

relativiste. Dans cette expansion, la vitesse à laquelle s'étire la distance entre deux galaxies (vitesse égale à $cd\sigma$) sera bien proportionnelle à cette distance.

Un autre point important de cette nouvelle représentation se rapprochant d'une cosmologie relativiste, concerne la densité. Dans l'univers Milinien, rappelons le, cette densité était donnée par :

$$\rho(\vec{r} \mid t) = \frac{At}{c^3 X^2} \tag{4.47}$$

A une époque donnée t, la distribution de densité était bien isotrope, mais variait avec la distance r (intervenant dans X) pour atteindre une valeur infinie sur l'horizon $r = ct$. Transposée dans la nouvelle représentation τ, χ, θ, ϕ cette distribution de densité, $\frac{dr}{c\tau d\chi} = \frac{1}{\cosh \chi}$ étant le rapport des éléments de volume entre les deux représentations, devient

$$\rho(\chi \mid \tau) = \rho(\vec{r} \mid t)\frac{dr}{c\tau d\chi} = \frac{A}{c^3 \tau^3} \tag{4.48}$$

Cette nouvelle distribution est bien toujours isotrope, mais ne varie plus avec la position radiale χ : la densité est constante sur toute la section spatiale. On retrouve la totale homogénéité spatiale des univers de Friedmann-Lemaitre, caractérisés par une valeur unique de la densité, $\rho(\tau)$, à chaque instant.

Il y a cependant un "hic", qui empêche d'assimiler totalement l'univers Milnien à un univers de la cosmologie relativiste. En effet, dans les équations de Friedmann-Lemaître liant la densité, la pression, la constante cosmologique et la métrique, l'adoption de la métrique 4.46 avec une pression et constante cosmologique nulles implique une *densité nulle* - un univers quasi-vide de matière - ce qui n'est pas le cas des univers Milniens. Pour passer outre cette objection, les auteurs considère un univers relativiste, conforme aux équations de Friedmann-Lemaître, toujours avec un pression et une constante cosmologique nulles, mais où la loi de croissance du rayon est légèrement modifiée : $R(\tau)$ n'est plus égal à $c\tau$ mais à $c\tau + c\epsilon(\tau)$. Un calcul simple sur les équations de Friedmann montre alors que la densité de cet univers s'établit en fonction du temps τ par

$$\begin{aligned}
\rho(\chi \mid \tau) &= \frac{A}{R(\tau)^3} = \frac{A}{c^3(\tau + \epsilon(\tau))^3} \approx \frac{A}{c^3\tau^3} \\
\text{avec } A &= \frac{\epsilon(0)\dot{\epsilon}(0)(2 + \dot{\epsilon}(0))}{\kappa}
\end{aligned}$$

l'approximation étant valide dès lors que τ est suffisamment grand devant $\epsilon(\tau)$. On reconnait dans cette approximation la fonction de densité d'un univers Milnien dès lors que l'on donne à la constante A de la formule 4.48 la valeur adéquate. En conclusion, à tout univers Milnien peut être associé un univers relativiste spatialement homogène et en expansion, de telle manière que leurs comportements respectifs soient, au bout d'un temps suffisamment long, quasiment indiscernables.

Robertson 1933, 1935, 1936

Bibliographie

[1] W. Baade. Galaxies - Present Day Problems. *Publications of Michigan Observatory*, 10 :7, 1951.

[2] A. Belenkiy. "The Waters I am Entering No One yet Has Crossed" : Alexander Friedman and the Origins of Modern Cosmology*. In M. J. Way and D. Hunter, editors, *Origins of the Expanding Universe : 1912-1932*, volume 471 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 71, Apr. 2013.

[3] H. Bondi. Review of Cosmology (Council report on the Progress of Astronomy). , 108 :104, Jan. 1948.

[4] H. D. Curtis. Modern Theories of the Spiral Nebulae. *The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, 14 :317, Oct. 1920.

[5] W. de Sitter. On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Second paper. *Monthly Notices of the Royal Astonomy Society*, 77 :155–184, Dec. 1916.

[6] W. de Sitter. Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper. *Monthly Notices of the Royal Astonomy Society*, 78 :3–28, Nov. 1917.

[7] W. de Sitter. On the curvature of space. *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen Proceedings Series B Physical Sciences*, 20 :229–243, 1918.

[8] W. de Sitter. The Size of the Universe. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 44 :89, Apr. 1932.

[9] A. Einstein. Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), Seite 142-152.*, 1917.

[10] A. Einstein and W. de Sitter. On the Relation between the Expansion and the Mean Density of the Universe. *Contributions from the Mount Wilson Observatory, vol. 3, pp.51-52*, 3 :51–52, 1932.

[11] E. Esclangon. Les preuves astronomiques de la relativite. *Bulletin Astronomique*, 1 :303–329, 1920.

[12] A. Friedmann. Über die Krümmung des Raumes. *Zeitschrift fur Physik*, 10 :377–386, 1922.

[13] I. Hafez. *Abd al-Rahman al-Sufi and his book of the fixed stars : a journey of rediscovery*. PhD thesis, James Cook University, Aout 2013.

[14] E. Hubble. No. 304. N.G.C. 6822, a remote stellar system. *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 304 :1–25, 1925.

[15] E. Hubble. No. 324. Extra-galactic nebulae. *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 324 :1–49, 1926.

[16] E. Hubble. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Contributions from the Mount Wilson Observatory, vol. 3, pp.23-28*, 3 :23–28, 1929.

[17] E. Hubble. Effects of Red Shifts on the Distribution of Nebulae. *Contributions from the Mount Wilson Observatory, vol. 3, pp.111-117*, 3 :111–117, 1936.

[18] E. Hubble. Effects of Red Shifts on the Distribution of Nebulae. , 84 :517, Dec. 1936.

[19] E. Hubble. The Luminosity Function of Nebulae. II. The Luminosity Function as Indicated by Residuals in Velocity-Magnitude Relations. , 84 :270, Oct. 1936.

[20] E. Hubble and M. L. Humason. The Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae. *Astrophysical Journal*, 74 :43, July 1931.

[21] E. Hubble and R. C. Tolman. Two Methods of Investigating the Nature of the Nebular Redshift. , 82 :302, Nov. 1935.

[22] E. P. Hubble. A spiral nebula as a stellar system : Messier 33. *Astrophysical Journal*, 63, May 1926.

[23] E. P. Hubble. A spiral nebula as a stellar system, Messier 31. *Astrophysical Journal*, 69, Mar. 1929.

[24] J. C. Kapteyn. Recent researches in the structure of the Universe. *The Observatory*, 31 :346–348, Sept. 1908.

[25] W. O. Kermack and W. H. McCrea. On Milne's theory of world structure. , 93 :519–529, May 1933.

[26] H. S. Leavitt. 1777 variables in the Magellanic Clouds. *Annals of Harvard College Observatory*, 60 :87–108.3, 1908.

[27] H. S. Leavitt and E. C. Pickering. Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud. *Harvard College Observatory Circular*, 173 :1–3, Mar. 1912.

[28] G. Lemaitre. Note on de Sitter's Universe. *Publications du Laboratoire d'Astronomie et de Geodesie de l'Universite de Louvain, vol. 2, pp.37-41*, 2 :37–41, 1926.

[29] G. Lemaître. Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, 47 :49–59, 1927.

[30] W. H. McCrea. Observable relations in relativistic cosmology. Mit 1 Abbildung. , 9 :290, 1935.

[31] G. C. McVittie. Milne's Theory of the Expansion of the Universe. , 131(3311) :533–534, Apr. 1933.

[32] G. C. McVittie. Nebular Counts and Hyperbolic Space. , 14 :274, 1937.

[33] G. C. McVittie. On the distribution of extra-galactic nebulaelig. , 97 :163, Jan. 1937.

[34] E. A. Milne. Correction to the paper : "World-Structure etc. ". , 6 :244, Jan. 1933.

[35] E. A. Milne. Note on H. P. Robertson's paper on World-Structure. , 7 :180, Jan. 1933.

[36] E. A. Milne. Remarks on world-structure. , 93 :668, June 1933.

[37] E. A. Milne. World-Structure and the Expansion of the Universe. Mit 6 Abbildungen. , 6 :1, Jan. 1933.

[38] E. A. Milne. *Relativity, gravitation and world-structure*. 1935.

[39] E. A. Milne. Kinematics, Dynamics, and the Scale of Time. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 158(894) :324–348, Jan. 1937.

[40] E. A. Milne. Cosmological Theories. , 91 :129, Mar. 1940.

[41] E. A. Milne. On the nature of universal gravitation (Presidential Address, 1944). , 104 :120, Jan. 1944.

[42] E. A. Milne. *Kinematic relativity ; a sequel to Relativity, gravitation and world structure.* 1948.

[43] E. A. Milne and G. J. Whitrow. On the meaning of uniform time, and the kinematic equivalence of the extra-galactic nebulae. Mit 3 Abbildungen. , 15 :263, Jan. 1938.

[44] M. L. Moigno. *Répertoire d'optique moderne ou Analyse complète des travaux modernes relatifs aux phénomènes de la lumière*, volume Troisième Partie. A. Franck, Paris, 1850.

[45] W. H. Pickering. The Theory of Relativity. *Popular Astronomy*, 28 :334–344, June 1920.

[46] W. H. Pickering. Shall we Accept Relativity. *Popular Astronomy*, 30 :199, Apr. 1922.

[47] W. H. Pickering. Relativity since 1922. *Popular Astronomy*, 31 :380, 1923.

[48] H. P. Robertson. On E. A. Milne's Theory of World Structure. , 7 :153, 1933.

[49] H. N. Russell and H. Shapley. On the distribution of eclipsing variable stars in space. *Astrophysical Journal*, 40, Dec. 1914.

[50] E. Schatzman. *L'expansion de l'Univers*. Questions de Science. Hachette, 1989.

[51] H. Shapley. No. 151. Studies based on the colors and magnitudes in stellar clusters. Sixth paper : On the determination of the distances of globular clusters. *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 151 :1–36, 1918.

[52] H. Shapley. No. 152. Studies based on the colors and magnitudes in stellar clusters. Seventh paper : The distances, distribution in space, and dimensions of 69 globular clusters. *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 152 :1–28, 1918.

[53] H. Shapley. On the Existence of External Galaxies. *The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, 13 :438, Dec. 1919.

[54] H. Shapley. The Magellanic Clouds, I. The Distance and Linear Dimensions of the Small Cloud. *Harvard College Observatory Circular*, 255 :1–5, May 1924.

[55] H. Shapley and M. B. Shapley. Studies based on the colors and magnitudes in stellar clusters. XIV. Further remarks on the structure of the galactic system. *Astrophysical Journal*, 50, Sept. 1919.

[56] H. Shapley, I. Yamamoto, and H. H. Wilson. The Magellanic Clouds, VII. The Photographic Period-Luminosity Curve. *Harvard College Observatory Circular*, 280 :1–8, June 1925.

[57] V. M. Slipher. The radial velocity of the Andromeda Nebula. *Lowell Observatory Bulletin*, 2 :56–57, 1913.

[58] V. M. Slipher. Spectrographic Observations of Nebulae. *Popular Astronomy*, 23 :21–24, Jan. 1915.